INFIMUM 2024

Informatika, Fizika, Matematika Konferencia

ABSZTRAKTKÖTET

Kecskemét, 2024. június 14-15.

NEUMANN 2023

Neumann János Egyetem

Felelős kiadó: Neumann János Egyetem

Cím: 6000 Kecskemét, Izsáki út 10.

Szerkesztette: Dr. Végh Attila

ISBN 978-615-6435-83-5

Tartalomjegyzék

INFIMUM **5**
Szervezőbizottság 5

Köszöntő **6**
Kedves Kolléganők! Kedves Kollégák! 6

Program **7**
Június 14. péntek 7
Június 15. szombat 7

Szekciók **8**
Matematika oktatása 8
Matematika oktatása-Matematika 10
Informatika 11
Fizika 12

Előadás absztraktok **13**
Modern LMS rendszerek összevetése az oktatásban való alkalmazhatóság alapján 13
Véletlen körülmények közötti döntések támogatása: valószínűség maximalizálás . 13
A fogyasztói oldal befolyásolása: egy valószínűség maximalizáláson alapuló optimalizálási megközelítés 14
Ingyenes szoftverkörnyezet a gőzök hőtani tulajdonságainak oktatására 15
Gráfok felbontása speciális páros gráfokra 16
Letöltés szimuláció - esettanulmány Java nyelven 19
Az analízis oktatásának vizsgálata villamosmérnök és fizikus hallgatók körében . . 19
Gyakorlatközeli matematika feladatok mérnökjelölt hallgatók számára 20
A matematikai analízis tanításának történeti vonatkozásai 20
A kvantumfizika metafizikája 21
Vizualizált- interaktív matematikai modellek a gépészhallgatók oktatásában . . . 21
A NAT2020 és az okoseszközökben rejlő lehetőségek hatásai a felsőoktatásba lépő hallgatók matematika tudásszintjére 22
A bizonyítás szerepe az alapozó matematika tárgyban 23
A mozgatott felfüggesztésű inga dinamikai és számítógépes vizsgálata 24
Teljes gráfok parkettázása Ferrers-gráfokkal 24
Tudományos közlésről 25
Gráf színezések, és a Lovász-féle topológikus alsókorlát tétel 25
Egyetemi hallgatók grafikon értelmezési készségének vizsgálata különböző kontextusokban 26
A tanulási motiváció és attitűd elemzése NJE mérnökhallgatók között a fizika kurzusokra fókuszáltan 28
Programozható robotok felhasználási lehetőségei az oktatástól a kutatásig 30
Optikai felharmonikusok keltésének vizsgálata egy parametrikus modell segítségével 31
Nagyteljesítményű irányított röntgensugárzás keltése nagyintenzitású, asztali méretű lézerrendszer segítségével 32
Digitális vagy nem digitális? - A játékalapú tanulás megvalósításának új lehetőségei 33

A JETI kooperatív didaktikai kártyajáték paklijának finomhangolása 34
Gyártósor-szimuláció GeoGebrával 35
Vizualitás az egyetemi matematika oktatásban 36
Az informatika és matematika gyakorlati alkalmazása alsótagozatosoknak 39
Térlátásfejlesztés és infinitezimális számítás analitikus geometria és informatika segítségével a gyakorlatban 40
Diszkriminancia analízis 42

Résztvevők **45**

Hasznos információk **46**
Konferencia helyszíne 46
Hogyan lehet eljutni az egyetemre? 47
Személyautóval javasolt útvonal 47
Tömegközlekedési javaslatok 47

A rendezvény elsődleges célja annak elősegítése, hogy a felsőoktatási intézmények oktatói és kutatói az informatika, a fizika, a matematika és a logisztika korszerű és hatékony oktatásáról és tudományos eredményeiről előadások, poszter-bemutatók és személyes találkozás révén tapasztalatot cserélhessenek, valamint kapcsolatot építhessenek.

Szervezőbizottság

Dr. Végh Attila (elnök), Neumann János Egyetem
Dr. Osztényi József, Neumann János Egyetem
Dr. Nagy Péter, Neumann János Egyetem
Dömötörné Kovács Tünde

Köszöntő

„Non est volentis, neque currentis, sed miserentis dei.”
Ottlik Géza : Iskola a határon

Kedves Kolléganők! Kedves Kollégák!

Medve Gábor szavaival élve „A világhoz nem alkalmazkodni kell, hanem csinálni, nem újrarendezgetni azt, ami már megvan benne, hanem hozzáadni mindig.” Úgy gondolom, napi munkánk során egy jóakaratnyit mindig hozzáteszünk a világhoz. Az Infimum Konferencia célja, hogy erről az oktatási és kutatási munkáról egy rövid előadás formájában minden évben beszámoljunk és megismerhessük egymás eredményeit.

A házigazda részéről nagy szeretettel köszöntöm a résztvevőket, és köszönöm, hogy elfogadták meghívásunkat.

Kecskemét, 2024. június 14.

Végh Attila
szervezőbizottság
elnöke

Program

PE: plenáris előadó, ME: meghívott előadó, LE: levezető elnök, SZ: szekció előadó.

Június 14. péntek

9:00–10:00 GAMF 4. épület	**Regisztráció**		
10:00–10:10 GAMF 4/315	**Megnyitó, köszöntő**		
10:10–11:00 GAMF 4/315	**Plenáris előadás**		
	LE	**Dr. Végh Attila**	
	PE	**Nagy Péter** Neumann János Egyetem	A mozgatott felfüggesztésű inga dinamikai és számítógépes vizsgálata
11:00–11:30 GAMF 4. aula	**Kávészünet**		
11:30–12:30 GAMF 4. ép.	**Szekció előadások**		
12:30–13:30 GAMF ebédlő	**Ebéd**		
14:00–15:00 GAMF 4. ép.	**Szekció előadások**		
15:00–15:30 GAMF 4. aula	**Kávészünet**		
15:30–16:30 GAMF 4. ép.	**Szekció előadások**		
18:00–22:30 Főtér, Max Pizzéria	**Városnézés, vacsora**		

Június 15. szombat

8:45–9:00 GAMF Udvar	**Gyülekező a Strázsa túrára**		
9:30–13:30 Szabadszállás	**Strázsa túra**		
	ME	**Végh Attila** NJE	Alföld gyöngyszemei
17:00–21:00 Aranyhomok Hotel	**Borkóstoló**		

Szekciók

Matematika oktatása

11:30–12:30 GAMF 4/315	**Matematika oktatása**		
	LE	**Dr. Takács Anna Mária**	
11:30-11:50	SZ	**Tekeli Miklós, Fülöp Vanda** Szegedi Tudományegyetem	Vizualitás az egyetemi matematika oktatásban
11:50-12:10	SZ	**Szilágyi Szilvia[1], Körei Attila[1], Takács Anna Mária[2]** [1]Miskolci Egyetem, [2]Budapesti Gazdasági Egyetem	Digitális vagy nem digitális? - A játékalapú tanulás megvalósításának új lehetőségei
12:10-12:30	SZ	**Kása Emese, Figula Ágota** Debreceni Egyetem	Az analízis oktatásának vizsgálata villamosmérnök és fizikus hallgatók körében
12:30–13:30 GAMF ebédlő	**Ebéd**		
14:00–15:00 GAMF 4/315	**Matematika oktatása**		
	LE	**Dr. Munkácsy Katalin**	
14:00-14:20	SZ	**Tóth Attila, Szabó Tibor, Jurík Tünde, Žitný Rastislav** Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra	Az informatika és matematika gyakorlati alkalmazása alsótagozatosoknak
14:20-14:40	SZ	**Katona János, Nagy Kem Gyula** Óbudai Egyetem	Gyakorlatközeli matematika feladatok mérnökjelölt hallgatók számára
14:40-15:00	SZ	**Szilágyi Szilvia, Palencsár Enikő** Miskolci Egyetem	A JETI kooperatív didaktikai kártyajáték paklijának finomhangolása
15:00–15:30 GAMF 4. aula	**Kávészünet**		

15:30–16:30 GAMF 4/315	**Matematika oktatása**		
	LE	**Dr. Szilágyi Szilvia**	
15:30-15:50	SZ	**Tóth Attila[1], Vankó Krisztián[2], Sedlák Margaréta[2]** [1]Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra, [2]Magán Szakközépiskola Diószeg (Szlovákia)	Térlátásfejlesztés és infinitezimális számítás analitikus geometria és informatika segítségével a gyakorlatban
15:50-16:10	SZ	**Máder Attila** Szegedi Tudományegyetem, Szegedi Tömörkény István Gimnázium, Művészeti Szakgimnázium és Technikum	A NAT2020 és az okoseszközökben rejlő lehetőségek hatásai a felsőoktatásba lépő hallgatók matematika tudásszintjére
16:10-16:30	SZ	**Osztényiné Krauczi Éva** Neumann János Egyetem	Egyetemi hallgatók grafikon értelmezési készségének vizsgálata különböző kontextusokban
18:00–22:30 Főtér, Max Pizzéria	**Városnézés, vacsora**		

Matematika oktatása-Matematika

11:30–12:30 GAMF 4/311	**Matematika oktatása**		
	LE	**Dr. Tóth Attila**	
11:30-11:50	SZ	**Nagy Kem Gyula, Katona János** Óbudai Egyetem	Tudományos közlésről
11:50-12:10	SZ	**Munkácsy Kati** Magyar Pedagógiai Társaság, ELTE	A bizonyítás szerepe az alapozó matematika tárgyban
12:10-12:30	SZ	**Kelecsényi Klára** Neumann János Egyetem	A matematikai analízis tanításának történeti vonatkozásai
12:30–13:30 GAMF ebédlő	**Ebéd**		
14:00–15:00 GAMF 4/311	**Matematika**		
	LE	**Dr. Győrffy Lajos**	
14:00-14:20	SZ	**Nagyné Csóti Beáta** Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem	Vizualizált- interaktív matematikai modellek a gépészhallgatók oktatásában
14:20-14:40	SZ	**Talata István, Losonczi Attila, Sándor Zoltán** Budapesti Gazdasági Egyetem	Gyártósor-szimuláció GeoGebrával
14:40-15:00	SZ	**Osztényi József** Neumann János Egyetem	Gráf színezések, és a Lovász-féle topológikus alsókorlát tétel
15:00–15:30 GAMF 4. aula	**Kávészünet**		
15:30–16:30 GAMF 4/311	**Matematika**		
	LE	**Dr. Talata István**	
15:30-15:50	SZ	**Győrffy Lajos[1,2], Nagy V. Gábor[1,2], Pluhár András[1]** [1]Szegedi Tudományegyetem, [2]Neumann János Egyetem	Gráfok felbontása speciális páros gráfokra
15:50-16:10	SZ	**Nagy Gábor[1,2], Győrffy Lajos[1,2], London András[1], Pluhár András[1]** [1]Szegedi Tudományegyetem, [2]Neumann János Egyetem	Teljes gráfok parkettázása Ferrers-gráfokkal
16:10-16:30	SZ	**Végh Attila** Neumann János Egyetem	Diszkriminancia analízis
18:00–22:30 Főtér, Max Pizzéria	**Városnézés, vacsora**		

Informatika

11:30–12:30 GAMF 4/313	**Informatika**		
	LE	**Dr. Drenyovszki Rajmund**	
11:30-11:50	SZ	**Pásztor Attila, Szerémi Éva Krisztina** Neumann János Egyetem	Programozható robotok felhasználási lehetőségei az oktatástól a kutatásig
11:50-12:10	SZ	**Csizmás Edit[1], Drenyovszki Rajmund[1], Szántai Tamás[2], Fábián Csaba[1]** Neumann János Egyetem, [2] Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem	Véletlen körülmények közötti döntések támogatása: valószínűség maximalizálás
12:10-12:30	SZ	**Drenyovszki Rajmund, Csizmás Edit, Fábián Csaba** Neumann János Egyetem	A fogyasztói oldal befolyásolása: egy valószínűség maximalizáláson alapuló optimalizálási megközelítés
12:30–13:30 GAMF ebédlő	**Ebéd**		
14:00–15:00 GAMF 4/313	**Informatika**		
	LE	**Dr. Csizmás Edit**	
14:00-14:20	SZ	**Cserkó József** Neumann János Egyetem	Modern LMS rendszerek összevetése az oktatásban való alkalmazhatóság alapján
14:20-14:40	SZ	**Kaczur Sándor** it-tanfolyam.hu	Letöltés szimuláció - esettanulmány Java nyelven
14:40-15:00	SZ		
15:00–15:30 GAMF 4. aula	**Kávészünet**		
18:00–22:30 Főtér, Max Pizzéria	**Városnézés, vacsora**		

Fizika

11:30–12:30 GAMF 4/316	**Fizika oktatása**		
	LE	**Dr. habil Rácz Ervin**	
11:30-11:50	SZ	**Ovárdics Andrea Irén** Neumann János Egyetem	A tanulási motiváció és attitűd elemzése NJE mérnökhallgatók között a fizika kurzusokra fókuszáltan
11:50-12:10	SZ	**Görbe Mihály** Neumann János Egyetem	Ingyenes szoftverkörnyezet a gőzök hőtani tulajdonságainak oktatására
12:10-12:30	SZ		
12:30–13:30 GAMF ebédlő	**Ebéd**		
14:00–15:00 GAMF 4/316	**Fizika**		
	LE	**Dr. Görbe Mihály**	
14:00-14:20	SZ	**Rácz Ervin** Óbudai Egyetem	Nagyteljesítményű irányított röntgensugárzás keltése nagyintenzitású, asztali méretű lézerrendszer segítségével
14:20-14:40	SZ	**Körmöczi Koppány** Neumann János Egyetem	A kvantumfizika metafizikája
14:40-15:00	SZ	**Pusztai Béla Gábor** Szegedi Tudományegyetem, Neumann János Egyetem	Optikai felharmonikusok keltésének vizsgálata egy parametrikus modell segítségével
15:00–15:30 GAMF 4. aula	**Kávészünet**		
18:00–22:30 Főtér, Max Pizzéria	**Városnézés, vacsora**		

Modern LMS rendszerek összevetése az oktatásban való alkalmazhatóság alapján

Cserkó József SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. Napjainkban megkerülhetetlen szereplővé váltak az oktatási piacon azok az LMS (Learning Management System) rendszerek, amelyek elősegítik az edukációs célú tartalmak hatékony elérését és rendszerezését. Legyen szó a köznevelésben és szakképzésben is használt, széles körben ismert Moodle rendszerről, vagy más, interneten elérhető platformokról, jól látható a monetizációra való törekvés és a tartalmak minőségének folyamatos emelkedése. Bár léteznek már összehasonlító szakmai munkák ezen rendszerekről, az új szereplők megjelenése és a piaci igények változása miatt időről időre szükség van a piac átfogó elemzésére. A modern LMS rendszerek között egyre több elérhető a piacon, mindegyik saját előnyökkel és jellemzőkkel. Tanulmányunkban a legfontosabb szempontok szerint hasonlítjuk össze ezeket az LMS rendszereket, majd ajánlásokat fogalmazunk meg, amelyek figyelembe veszik a különböző felhasználási területek speciális igényeit. Az oktatási intézmények és szervezetek számára kulcsfontosságú, hogy az igényeiknek és céljaiknak megfelelően válasszanak LMS rendszert, és biztosítsák a tanárok és diákok hatékony támogatását és használatát. Ehhez különös figyelmet kell fordítani a megfelelő minőségű és típusú tartalmak előállítására, valamint az alkalmazott digitális oktatási módszerekre és technológiákra, amelyek jelentősen hozzájárulhatnak a tanítási-tanulási folyamat hatékonyságának és eredményességének növeléséhez. Komplex összehasonlító elemzésünk során számos fontos és az oktatás során mérlegelendő szempontot emelünk ki.

Kulcsszavak: LMS, Moodle, oktatási rendszerek, összehasonlítás

Véletlen körülmények közötti döntések támogatása: valószínűség maximalizálás

Csizmás Edit[1], *Drenyovszki Rajmund*[1], *Szántai Tamás*[2], *Fábián Csaba*[1] SZ

Neumann János Egyetem , [2] Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Absztrakt. Az alkalmazásokban gyakran fordul elő olyan feladat, ahol úgy kell optimalizálnunk, hogy bizonyos feltételek, megkötések egy meghatározott nagy valószínűséggel teljesüljenek. Ezeket a feladatokat nevezzük valószínűségi korlátos feladatoknak. Először bemutatom, milyen típusú problémákkal foglalkoztunk, ezután rátérek kutatócsoportunk által kidolgozott és vizsgált valószínűség maximalizálási feladat véletlenített eljárással történő megoldási módszerének ismertetésére, majd bemutatom az eredményeinket.

Kulcsszavak: sztochasztikus optimalizálás, gradiens módszer, valószínűség maximalizálás

A fogyasztói oldal befolyásolása: egy valószínűség maximalizáláson alapuló optimalizálási megközelítés

Drenyovszki Rajmund, Csizmás Edit, Fábián Csaba

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. A szél- és napenergia termelők által megjelenő változékonyság, valamint a növekvő számú elektromos autó új kihívásokat jelentenek a villamosenergia-hálózat számára. Az időjárási körülmények és az egyéni felhasználási minták tovább növelik az energiafogyasztás előrejelzésének bizonytalanságát. Előadásomban egy fogyasztói oldalon megvalósuló fogyasztásütemezési modellt és egy valószínűség maximalizáláson alapuló optimalizálási megközelítést mutat be, amely időben képes ütemezni a szabályozható eszközöket, miközben figyelembe veszi a kiszámíthatatlan energiafelhasználást. A sztochasztikus optimalizálási feladatra kifejlesztett megoldó eljárásunkkal meg tudjuk oldani a fogyasztásütemezési modellként megfogalmazott feladatot, amelyben véletlen működést mutató fogyasztók mellett vezérelhető eszközöket és tölthető/kisüthető akkumulátorokat is kezelni tudunk. Az eredményeink azt mutatják, hogy alkalmas a modell a csúcsidőszakokban jelentkező nem kívánt túlfogyasztás átütemezésére és a völgy időszakok kitöltésére.

Kulcsszavak: fogyasztói oldal befolyásolása, sztochasztikus optimalizálás, Smart Grid

Ingyenes szoftverkörnyezet a gőzök hőtani tulajdonságainak oktatására

Görbe Mihály

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. A gőzök hőtani folyamatai számos műszaki területen nagy jelentőséggel bírnak. A nedves levegő tulajdonságaitól kezdve a hűtéstechnikán át a gőzgépek és gőzturbinák körfolyamataiig a mérnökképzésben a jelöltnek számos gőzökkel és folyékony-légnemű halmazállapot-változással kapcsolatos számításban kell jártasságot szereznie tanulmányai során. A gőzök és a kritikus hőmérsékletükhöz közeli gázok hőtani adatai nem tesznek eleget olyan egyszerű összefüggéseknek, mint pl. az ideális gázok állapotegyenlete. Ezek az adatok általában numerikus formában (táblázatokban vagy grafikonokban), manapság egyre elterjedtebben pedig számítási algoritmus formájában hozzáférhetők. Az oktatás során gyakori velejárója az ilyen feladatoknak, hogy a megoldás pontossága nagyon korlátozott, tekintettel a tankönyvi táblázatokban, illetve grafikonokon megadott adatok szűkösségére. A mérnöki munkában alkalmazott táblázatok, adathalmazok természetesen sokkal részletgazdagabbak, azonban egyrészt kinyomtatott formátumban nagyon terjedelmesek, másrészt szerzői jogok tárgyát képezik, így legális birtoklásuk költséges lehet a hallgatók részére. A nyomtatott adattáblázatok használata ma közismerten hanyatlóban van, a mérnöki gyakorlatban már sokkal elterjedtebb a termodinamikai szoftverek használata (gyakran CAD-programcsomagok részeként), ami terjedelem szempontjából nagyon előnyös, azonban általában ezek felhasználása is jelentős költségvonzattal jár, ami többnyire nem engedi meg azt, hogy minden hallgató rendelkezzen ezekből jogtiszta példánnyal. Az SMath Studio ingyenes - bár nem nyílt forrású - felhasználóbarát, „papírszerű”, ugyanakkor élő számításokat tartalmazó munkafüzetek szerkesztésére alkalmas számítógépes algebrai rendszer. A CoolProp egy nyílt forrású, ingyenes, több mint 100 közegnek és azok keverékeinek hőtani adatai kiszámítani képes termodinamikai függvénykönyvtár. Az előadásban egy ingyenes szoftveres megoldást, a CoolProp-pal bővített SMath Studio alkalmazását mutatjuk be néhány, a gépész-alapképzésben oktatott műszaki hőtani példán keresztül.

Kulcsszavak: Műszaki hőtan, műszaki termodinamika, gőzök hőtani tulajdonságai, gőzök folyamatai, gőzkörfolyamatok

Gráfok felbontása speciális páros gráfokra

Győrffy Lajos[1,2], *Nagy V. Gábor*[1,2], *Pluhár András*[1]

SZ

[1]Szegedi Tudományegyetem, [2]Neumann János Egyetem

Absztrakt. A jól ismert Graham-Pollak tételben egy teljes gráf éleit szeretnénk teljes páros gráfokra felbontani. A tétel állítása szerint ehhez legalább $n-1$ teljes páros gráfra van szükség (pl. csillagokra bontás). A teljes páros gráf kritérium megfogalmazható úgy is, hogy a parkettaként használt páros gráfok nem tartalmaznak feszítve egy élt és egy rajta kívülálló pontot. Logikus feltenni a kérdést, hogy mi történik, ha más részgráfokat zárunk ki? Hasonlóan ismert eredményt kapunk, ha a páros gráfok P_3 mentesek, azaz nem tartalmaznak három hosszú utat. Ekkor párosításokkal (1-faktorokkal) partícionálunk, melyből szintén legalább $n-1$ kell a teljes gráf fedéséhez. Ha viszont nem zárunk ki semmit, hanem bármilyen páros gráfokkal fedhetünk, akkor elég $\log_2 n$ részgráf is.

Kutatásunkban gráfok (elsőként a teljes gráf) élhalmazának páros gráfokkal való particionálását (egyszeres fedését) vizsgáljuk, ahol a parkettaként használt páros gráfokra bizonyos megszorításokat adunk. Ezeket a megszorításokat kizárt feszített részgráfok segítségével adjuk. A kizárt részgráfok között a kisebb eseteket vizsgáljuk (4 pontú út, 4 pontú kör, 4 pontú csillag, két független él, és ezek kombinációi), ahol előjönnek már ismert fogalmak, de új problémák is, melyek között akadnak összetettebb nyitott kérdések.

Az alkalmazások szempontjából legérdekesebb esetben olyan páros gráfokra bontjuk a teljes gráf élhalmazát, melyek nem tartalmaznak feszítve két független élt, vagyis $2K_2$ mentesek. Ekkor a kapott páros gráfok beágyazott struktúrájúak lesznek, vagyis a színosztályok elemei sorbarendezhetők fokszám szerint úgy, hogy a nagyobb fokszámú pontok szomszédsága tartalmazza a kisebb fokú pontok szomszédságát, mindkét színosztályban. Az ilyen gráfokat Ferrers gráfoknak is hívhatjuk, mivel a szomszédsági mátrixukban szereplő egyesek Ferrers diagramot adnak.

Alkalmazások esetén tipikusan nem a teljes gráfot, hanem valamilyen technológiai gráf éleit kell felbontani, klaszterezni. A kérdés felvet komplexitási kérdéseket is. Beágyazott páros gráfokra bontás előfordul tranzakciós gráfok esetében, ahol az egy-egy termékcsoportra szűkített gráfoknak (pl. ruhagyártók és divatáruházak) tipikusan ilyen a szerkezete. Így egy banki tranzakciós gráf ilyen gráfokra való felbontásával a termékcsoportok szerinti kereskedés kapható meg. Hasonlóan egyes megfigyelések szerint a beporzó rovarok és növények kapcsolata is beágyazott struktúrát mutat.

Kulcsszavak: Graham-Pollak, páros gráfokra bontás, beágyazott gráf, Ferrers gráf, gráf felbontás, gráf particionálás

Motiváció

A gráfelmélet gyakorlati alkalmazásainak egyik legfontosabb eleme a pontok klaszterezése egy gráfban, hálózatban. Kevesebb figyelem fordul azonban az élek klaszterezésére. Csúcsok felosztásánál is két koncepciót különböztetünk meg: diszjunkt osztályok (klaszterek) illetve átfedő osztályok (közösségek) keresése. Szociális gráfoknál általában a sűrű részek alkotnak egy klasztert, ahol a várható élszámhoz képest több él van, míg a klaszterek között az átlagosnál kevesebb él szerepel. Tipikusan ilyenek a facebook gráfok, ahol a sok kölcsönös ismeretség alapján választhatjuk le a csoportokat, klasztereket. Az így kapott klaszterekben jellemzően sok háromszög és klikk szerepel. Nem ez a helyzet a technológiai gráfoknál, melyek jellemzően kevés háromszöget tartalmaznak és inkább hasonlítanak fákra, mint sűrű részek uniójára. Az ilyen gráfoknál érdemes lehet az éleket klaszterezni/partícionálni, hiszen egy csúcs jellemzően több szerepben is feltűnhet. Ekkor az élpartíciókkal nem magukat a csúcsokat, hanem a kapcsolatok típusait osztályozzuk.

Vegyünk egy banki tranzakciós gráfot, melyben rengeteg típusú él szerepel aszerint, hogy két cég milyen szolgáltatásért vagy milyen iparágban utal egymásnak pénzt. Egy adott iparágban (pl. ruhakereskedés) megfigyelhető, hogy a legkiterjedtebb beszállítói körrel rendelkező divatáruházak - akik általában elsőként jelentek meg a piacon - beszállítói, a ruhagyártók jövedelmezőségi vagy megközelíthetőségi szempontból sorrendbe rendezhetők. A következő, piacra belépő cég első körben csak a legjövedelmezőbb gyártókkal veszi fel a kapcsolatot, majd később terjeszkedik a többiek felé is. Ha már nagyon sok gyártó és áruház van, az új belépők szintén a piac legjövedelmezőbb szeletét keresik, így a divatáruházak beszállítói egyfajta beágyazott struktúrát követnek: a legnagyobb áruházak beszállítói közül, a közepes áruházak csak a jövedelmezőbb résztől rendelnek, míg a kisebbek akkor tudnak életben maradni, ha azon belül is azoktól rendelnek, akiktől pénzügyileg a leginkább megéri. Vegyük észre, hogy a beágyazottság ekkor a másik irányba is igaz lesz, hiszen a beszállítók szemszögéből a divatáruházak kerülnek beágyazott rendszerbe: a legjövedelmezőbb beszállítók minden divatáruházzal üzleti kapcsolatban lesznek, a közepesek ezeknek csak egy szűkülő részével, míg a legkevésbé jövedelmező beszállítókat csak az igazán nagy áruházak engedhetik meg maguknak. Feltéve, hogy ez a beágyazott páros gráf struktúra a gyártók és beszállítók között más iparágakban is megjelenik, az eredeti tranzakciós gráfot ilyen beágyazott páros gráfokra bontva minden egyes részgráf egy iparágat fedhet le. Természetesen egy nagyobb cég, multi vagy akár önkormányzat egyszerre több iparágban is szerepelhet, így csúcs klaszterezésnél nem lenne eldönthető, hogy melyik osztályba kerüljön. Viszont ha az éleket klaszterezzük diszjunkt módon ilyen beágyazott páros gráfokra, akkor a különböző élek már rendszerezhetők lesznek iparáganként.

Hasonló beágyazott páros gráfot kapunk a különböző beporzó rovarok és beporzott virágok között is. A rovarok képességeik (pl. szájszervük hosszúsága) vagy ízlésük (mindent megeszik, vagy csak a legfinomabbat) szerint rangsorolhatók, míg a virágok nehézségük (pl. a kehely mélysége) vagy finomságuk (mindenki szereti, vagy csak a legkevésbé finnyás rovarok) alapján. Ekkor a legügyesebb vagy legkevésbé finnyás rovarok minden virághoz odamennek, míg az ügyetlenebbek/válogatósabbak csak egy egyre szűkülő kis részéhez. Hasonlóan a legkönnyebb/legfinomabb virágokat minden rovar porozza, míg az egyre nehezebb vagy egyre kevésbé finomakat csak a rovarok egyre szűkülő része. Természetesen más virágokhoz más típusú ügyesség szükséges, illetve a virágok finomsága sem lineárisan nő, ezért egy ilyen beporzó rovar-virág gráfot is több beágyazott páros részgráfra bonthatunk fel.

Matematikai megközelítés

A jól ismert Graham-Pollak tételben egy teljes gráf éleit szeretnénk teljes páros gráfokra felbontani. A tétel állítása szerint ehhez legalább $n-1$ teljes páros gráfra van szükség (pl. csillagokra bontás). A teljes páros gráf kritérium megfogalmazható úgy is, hogy a parkettaként használt páros gráfok nem tartalmaznak feszítve egy élt és egy rajta kívülálló pontot. Logikus feltenni a kérdést, hogy mi történik, ha más részgráfokat zárunk ki? Hasonlóan ismert eredményt kapunk, ha a páros gráfok P_3 mentesek, azaz nem tartalmaznak három hosszú utat. Ekkor párosításokkal (1-faktorokkal) partícionálunk, melyből szintén legalább $n-1$ kell a teljes gráf fedéséhez. Ha viszont nem zárunk ki semmit, hanem bármilyen páros gráfokkal fedhetünk, akkor elég $\log_2 n$ részgráf is.

Kutatásunkban gráfok (elsőként a teljes gráf) élhalmazának páros gráfokkal való particionálását (egyszeres fedését) vizsgáljuk, ahol a parkettaként használt páros gráfokra bizonyos megszorításokat adunk. Ezeket a megszorításokat kizárt feszített részgráfok segítségével adjuk. A kizárt részgráfok között a kisebb eseteket vizsgáljuk (4 pontú út: $P4$, 4 pontú kör: C_4, 4 pontú csillag: S_4, vagy két független él: $2K_2$; és ezek kombinációi), ahol előjönnek már ismert fogalmak, de új problémák is, melyek között akadnak összetettebb nyitott kérdések.

Formálisan:

Definíció.
Legyen H egy kis gráf (vagy kis gráfok halmaza $\mathcal{H} = \{H_1, H_2, ...\}$). A G gráf egy H*-elkerülő páros partícióján* a páros $G_1, \ldots, G_k$ gráfok halmazát értjük, ahol $E(G) = \cup_{i=1}^{k} E(G_i)$, $E(G_i) \cap E(G_j) = \emptyset$, ha $i \neq j$ és semelyik G_i gráf sem tartalmazza H-t feszített részgráfként.

Természetesen egy H-elkerülő páros partíciónál a lehető legkevesebb G_i gráffal szeretnénk particionálni.

Előre megadott G és H gráfok esetén jelölje $\chi'_H(G)$ a legkisebb k számot, melyre létezik G-nek k elemszámú H-elkerülő páros partíciója. Teljes gráfok esetén a $\chi'_H(n) := \chi'_H(K_n)$ jelölést használjuk.

A $\chi'_H(G)$ jelölés onnan származik, hogy $\chi'_{\mathcal{P}_3}(G) = \chi'(G)$ minden G gráfra, ahol $\chi'(G)$ a G gráf kromatikus indexe (élkromatikus száma).

Eredmények

Az alkalmazások szempontjából legérdekesebb esetben olyan páros gráfokra bontjuk gráfok (pl. a teljes gráf) élhalmazát, melyek nem tartalmaznak feszítve két független élt, vagyis $2K_2$ mentesek. Ekkor a kapott páros gráfok beágyazott struktúrájúak lesznek, vagyis a színosztályok elemei sorbarendezhetők fokszám szerint úgy, hogy a nagyobb fokszámú pontok szomszédsága tartalmazza a kisebb fokú pontok szomszédságát, mindkét színosztályban. Az ilyen gráfokat Ferrers gráfoknak is hívhatjuk, mivel a szomszédsági mátrixukban szereplő egyesek Ferrers diagramot adnak.

A téma egyik kérdése, hogy legkevesebb hány ilyen beágyazott páros gráfra bontható fel egy teljes gráf. A kérdés nyitott, $n/2$ biztosan elég, erre példa a kettőscsillagokkal való fedés. Ez a válasz helyes, ha a $2K_2$ mellett a C_4-eket is kizárjuk. Ha azonban előfordulhatnak 4-hosszú körök is a páros gráfokban, akkor már $\sqrt{[n]}$ nagyságrendű felső korlátot is kaphatunk a partíciók számára. $\log n + c$ részgráf viszont biztosan nem elég. Az igazság természetesen a kettő között van.

A kutatás során definiáljuk a cseresznyéskertekre bontást, melyeknél a parkettaként használt páros gráfokban nem szerepel sem P_4, sem C_4, sem S_4, így csak diszjunkt cseresznyékre bontjuk a teljes gráfot. Erről belátható, hogy legalább $3/4n$ részgráfra lesz szükség.

Ha a kizárt részgráfok az S_4 és C_4, akkor csak legfeljebb kettő fokszámú C_4 mentes gráfokkal fedhetünk, melyeknél a Hamilton-körökkel való fedés adja az optimumot, $n/2$ Hamilton-körrel pedig tudunk fedni.

Letöltés szimuláció - esettanulmány Java nyelven

Kaczur Sándor SZ

it-tanfolyam.hu

Absztrakt. A szerző letöltési folyamatot szimulál. A paraméterek rugalmasan beállíthatóak. Előre beállított mennyiségű adatok, párhuzamos szálakon/folyamatokon keresztül tölt le, miközben méri az eltelt időt. A folyamatok állapota lehet inaktív, aktív és befejezett. Az aktív folyamatok esetében megjelenő százalék fejezi ki, hogy a folyamat hol tat a rá jutó részfeladat végrehajtásával. Összesített formában követhető a hiányzó és a letöltött adat mennyisége MB-onként és százalékosan is. A folyamat szimulációjához objektumorientált szemléletű, grafikus felhasználói felületű Java kliensprogram készült, egyszerű GUI komponensekkel. Az előadás/cikk bemutatja feladatspecifikációt, a tervezés és megvalósítás lépéseit, ismertet tesztelési és továbbfejlesztési lehetőségeket. A szimuláció megközelítése elvi/általános szintű. Az esettanulmány konkrét adatokkal paraméterezett. Kitér az elosztott alkalmazások különböző felépítési, tervezési, megvalósíthatósági lehetőségeire.

Kulcsszavak: programozás, szoftverfejlesztés, Java programozási nyelv, elosztott alkalmazás, objektumorientált tervezés

Az analízis oktatásának vizsgálata villamosmérnök és fizikus hallgatók körében

Kása Emese, Figula Ágota SZ

Debreceni Egyetem

Absztrakt. Kutatásunkban a Debreceni Egyetem elsőéves villamosmérnök és fizikus hallgatóit vizsgáltuk, hogy milyen tudással rendelkeznek a függvényekről a képzésük elején, ez hogyan befolyásolja matematikai tanulmányaikat, és milyen módon lehet a függvényszemléletüket fejleszteni. Minden hallgatóval írattunk egy tesztet, majd az egyik gyakorlati csoportot függvényorientált szemlélet és gyakorlati példák segítségével oktattuk. Figyeltük a zárthelyi dolgozataik eredményeit, majd a félév végén újból megírattuk velük a tesztet. Azt tapasztaltuk, hogy a függvényorientált szemlélettel és gyakorlati példákkal tanított csoport tagjai, a második teszten jobb eredményt értek el. Ezek alapján úgy gondoljuk, hogy érdemes megmutatni a hallgatóknak, hogy hol alkalmazható az általuk tanult matematika tananyag.

Kulcsszavak: villamosmérnök és fizikus hallgatók, kalkulus, függvényorientált oktatás

Gyakorlatközeli matematika feladatok mérnökjelölt hallgatók számára

Katona János, Nagy Kem Gyula

SZ

Óbudai Egyetem

Absztrakt. Felgyorsult világunkban egyre nehezebb az egyetemi hallgatók figyelmét lekötni, különösen az alapozó tárgyakból, tehát matematikából is. Ezen segíthet, ha a hallgatók olyan gyakorlati vagy gyakorlatközeli feladatokkal találkoznak, amelyek a hétköznapi élethez vagy a leendő szakmájukhoz szorosan kapcsolódnak. Előadásunkban ezekből válogattunk, kerülve a közismert példákat. Inkább a szokatlan problémákra helyeztük a hangsúlyt, annál is inkább, mert ezek sokszor előre nem kitalálható, meglepő, érdekes végeredményt adnak.
További előnye a gyakorlatközeli példáknak, hogy ezek kivétel nélkül szöveges, gondolkodtató feladatok, tehát sok más képességet is fejlesztenek. A hallgatók szerint ezek a feladatok inspirálóak, viszont dolgozatban találkozni velük nem szerencsés, mert megoldásuk jelentősen nehezebb, időigényesebb, mint a rutinfeladatok végrehajtása.
Kulcsszavak: problémamegoldó gondolkodás, matematika didaktika, felsőoktatás

A matematikai analízis tanításának történeti vonatkozásai

Kelecsényi Klára

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. Az egyetemi matematikakurzusok a legtöbbször valamilyen formában tartalmazzák a matematikai analízis elemeit. Ez a felépítés nem meglepő, hiszen a természettudományos, mérnöki és gazdasági területeken a szakmai tárgyak tanulásához fontos a differenciál- és integrálszámítás alapjainak ismerete. A gyakorlat nem új, hiszen néhány évtizeddel Newton és Leibniz úttörő munkája után már megjelentek az első kalkulus tankönyvek, majd a 19. század végétől a középiskolai tantervekbe is fokozatosan bekerültek a differenciál- és integrálszámítás alapjai. Az előadásban az analízis tanításának történeti hátterét tekintjük át az ókortól napjainkig. Elsősorban az európai és észak-amerikai tantervek változásait követjük nyomon. Emellett kitérünk a terület magyar vonatkozásaira is, megvizsgálva, hogy a jelenleg használt oktatási anyagok hogyan illeszkednek a történeti hagyományokhoz.
Kulcsszavak: matematikatörténet, matematikai analízis, kalkulus, matematikatanítás

A kvantumfizika metafizikája

Körmöczi Koppány SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. Előadásomban körbejárom a kvantummechanika, tágabb értelemben pedig a kvantumfizika főbb metafizikai kérdéseit és problémáit, kitérve a metafizika általános vizsgálati tartományára (interpretációkra, mint a modellek externális aspektusára), a kvantumfizika mélyén rejlő dualitásokra és duális relációkra, a szuperpozíció és a szuperponált állapot természetére, a megfigyelés és a mérés kvantumfizikai problémájára és dilemmájára, illetve az objektum és szubjektum fizika mélyén potenciálisan rejlő filozófiai viszonyára. A vizsgálódásom a tárgy erősen filozófiai jellegéből kifolyólag alapvetően kvalitatív természetű, aminek során elsődlegesen ontológiai (lételméleti) és episztemológiai (ismeretelméleti) aspektusokat veszek figyelembe az ismert kvantummechanikai kísérletek tükrében.

Kulcsszavak: kvantumfizika, kvantummechanika, metafizika, interpretáció, dualitás, szuperpozíció, megfigyelés, mérési probléma, ontológia, episztemológia

Vizualizált- interaktív matematikai modellek a gépészhallgatók oktatásában

Nagyné Csóti Beáta SZ

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Absztrakt. Az utóbbi idő, Covid, illetve poszt Covid oktatás sok szempontból különbözik a Covid előtti oktatástól. Először rámutatok a markáns változásokra, amik az elmúlt időszakra jellemzőek voltak, utána kiemelném a következményeket, amikkel jelenleg szembe kell néznünk és elemzem, hogy ezeket, hogyan lehet a hatékony oktatáshoz felhasználni. A távoktatás még inkább rászoktatta a hallgatókat az online felületek használatára, aminek van több vonzata is. Mint matematikát oktató tanár, ezeket a lehetőségeket mérem fel és olyan utat mutatok be, amellyel, élményekkel teli mederbe lehet terelni a matematika tanulást. A célom az volt, hogy a második félév G2 matematikai fogalmakat, a hallgatók intuitívan és proaktívan elsajátítsák. A GeoGebra dinamikus matematikai szoftver 10 éve játszik szerepet a magyar oktatásban. A szoftver fejlődése az elmúlt 10 évben olyan jelentős volt, hogy az ingyenesen letölthető és online is hozzáférhető szoftverrel egyre több fogalom bevezetésére alkalmas az egyetemi oktatásban is. Meggyőződésem, hogy a matematika oktatás ugyanúgy élményszerűvé tehető, ha ténylegesen „kézzel is megfoghatóvá", formálhatóvá tesszük, izgalmas projekt feladatokat, kihívásokat fogalmazunk meg hallgatóink számára. A konferencián a felsőbb matematikai fogalmak kialakítását támogató dinamikus modelljeimet mutatom be, amit egy GeoGebra book-ba rendeztem. Ezeken keresztül mutatnám be azt is, hogyan bővült a szoftver eszköztára a 3D-s nézettel. A bemutatásra kerülő Digitális Tanítási Gyakorlat tananyagában egyéb e-learninges tanítást, tanulást támogató szoftverek is szerepelnek. Az EduBase új generációs digitális oktatási platformját használom illetve az oktatást kiegészítem a Graspable.math digitális táblával. Ezen digitális segítőeszközök egymáshoz való kapcsolódását, az oktatási folyamatot, metodológiát fogom bemutatni, úgy ahogyan ezeket az általam tanított G2 tantárgy oktatásába építettem be, a gépészmérnök hallgatók számára.

Kulcsszavak: GeoGebra, matematikai modellezés,

A NAT2020 és az okoseszközökben rejlő lehetőségek hatásai a felsőoktatásba lépő hallgatók matematika tudásszintjére

Máder Attila

SZ

Szegedi Tudományegyetem, Szegedi Tömörkény István Gimnázium, Művészeti Szakgimnázium és Technikum

Absztrakt. A NAT2020, és hozzá kapcsolódóan a Kerettanterv, valamint az érettségi követelményrendszer reformja 2005 óta a legnagyobb változást hozza a matematikaoktatásban, s így a legkomolyabb hatást is indukálja a felsőoktatásba lépők matematikatudására, eszközismeretére, szemléletére vonatkozóan. Mivel a matematika emelt szintű érettségi vizsga a legtöbb esetben nem kötelező előfeltétele a matematikai, informatikai, műszaki, illetve a kapcsolódó társterületeken való továbbtanulásnak, az előadásban a középszintű vizsga tartalmi változásának hatásaira fókuszálunk.

A korábbiakkal ellentétben gyakorlatilag nem tananyag az algebrai tört, így az esetszétválasztással járó törtes egyenlőtlenségek sem kerülnek elő. Nincs logaritmusfüggvény (és hiányoznak a logaritmus azonosságai is), nincsenek trigonometrikus függvények (a kiterjesztés csak derék- és tompaszögre történik meg), utóbbiak nem is lehetnének, hiszen a radián fogalma is hiányzik a követelmények közül. Így módon vektorok skaláris szorzatát sem tanítjuk. Nem képezik az érettségi követelmények részét a másodfokú egyenletrendszerek és a fentiek következményeként nincsenek logaritmusos, trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek sem. Előtérbe kerültek viszont az alkalmazások, s bár középszinten a modellalkotás nem elvárás, adott modell értelmezése, behelyettesítéssel történő használata egyre hangsúlyosabb.

Ugyanakkor a „digitális eszközök” egyre magasabb szintű használata mára már törvényi elvárás is. A digitális kultúra tantárgy gimnáziumi kerettanterve például több mint negyven alkalommal említi a mobileszközökkel kapcsolatos elvárásait, kimeneti követelményeit, fejlesztendő területeit. A legfőbb szabályzónkban a NATban is több, mint tíz alkalommal kerül elő a mobileszköz kifejezés, közel annyiszor, mint az igen problémás szövegértés területe. A Kerettanterv szerint „A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.” Ennek első jelei már az érettségi vizsgán is megjelentek, nem kell például behelyettesítéssel levezetni egy másodfokú egyenlet megoldásait.

Kulcsszavak: NAT2020, okoseszközök

A bizonyítás szerepe az alapozó matematika tárgyban

Munkácsy Kati

SZ

Magyar Pedagógiai Társaság, ELTE

Absztrakt. A matematikus képzésben a bizonyításoknak speciális szerepe is van. A hallgatóknak el kell sajátítaniuk azt a képességet, hogy a bizonyítás alapján ítéljék meg és fogadják el vagy utasítsák el a matematikai állításokat. Az alapozó matematika tárgyban másképp tekintünk a bizonyításokra. Célunk csak annyi lehet, hogy a diákok általános tudása, személyisége fejlődjön, valamint elsajátítsanak néhány olyan fontos matematikai részismeretet, amelyekre egyébként nem kerülhetne sor az alapvető matematikai eszközök és az algoritmusok tanítására alapozott oktatásban.

Kulcsszavak: a matematikai érvelés, a matematika tanítása és tanulása más szakokon

Irodalomjegyzék

[1] The Teaching of Proof, D Loewenberg Ball, C Hoyles, H N Jahnke, N Movshovitz-Hadar ICM2002 `https://www.researchgate.net/publication/2106851_The_Teaching_of_Proof`

[2] Teaching mathematics to non-specialists, a praxeological approach: Ghislaine Gueudet, Camille Doukhan, Pierre-Vincent Quéré Fourth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, Leibnitz Universität (Hanover), Oct 2022, Hannover, Germany. ffhal-04027124f

[3] Should theorems be proved to students who are not majoring in mathematics?, vita a Stack Exchange Mathematics Educators oldalán. https://matheducators.stackexchange.com/questions/15040/should-theorems-be-proved-to-students-who-are-not-majoring-in-mathematics

A mozgatott felfüggesztésű inga dinamikai és számítógépes vizsgálata

Nagy Péter PE

Neumann János Egyetem

Absztrakt. Érdekes, sokféleképpen megjelenő mechanikai rendszer a mozgatott felfüggesztésű inga. Ahogyan a neve is mutatja, ez olyan inga, amelynek nem rögzített a forgáspontja, hanem egy egyenes (esetleg görbe) mentén mozgatható. Ilyen ingával a gyakorlati élet számos területén találkozhatunk: híddaruk és futódaruk, terhet emelő és szállító helikopterek, vagy akár a bicikli kormányra akasztott szatyor. Egy másik fontos és széles körben megjelenő változata a vízszintesen mozgatott ingának az ún. inverz inga, lényegében egy alul megtámasztott rúd, amelynek alátámasztási pontját vízszintesen mozgatjuk, ez esetben az egyensúly fenntartásához szükséges vezérlés a lényegi gyakorlati vonatkozás. Dinamikai leírás szempontjából nyilvánvalóan az inverz inga a bonyolultabb, így érdemes a tárgyalásunkat ezzel kezdeni, mivel abból már a „közönséges" inga mozgásegyenletei egyszerűbb speciális esetként megkaphatók. Az inverz inga mozgásegyenleteit a Lagrange-formalizmussal vezetjük le. Röviden kitérünk az egyensúlyi vezérlés problémájára, majd speciális esetként felírjuk a vízszintesen, illetve függőlegesen periodikusan rángatott felfüggesztésű inga mozgásegyenleteit. Dinamikai szempontból a rángatott inga egy gerjesztett disszipatív rendszer és a mozgáspálya számítógépes szimulációjával látni fogjuk, hogy általános esetben igen bonyolult mozgásforma jön létre: a mozgás kaotikus. Megmutatjuk, hogy tranziens és permanens káosz is kialakulhat. A káosz jellemzőit számítógépes modellünkön tanulmányozzuk: megkonstruáljuk a kaotikus attraktor stroboszkopikus (Poincaré) térképét, a kezdeti feltételekre való érzékenységet fáklya-diagramon demonstráljuk és az előrejelzési idő alapján becslést adunk a Ljapunov-exponensre.

Kulcsszavak: inga, dinamika, Lagrange-formalizmus, káosz, számítógépes szimuláció

Teljes gráfok parkettázása Ferrers-gráfokkal

Nagy Gábor[1,2]***, Győrffy Lajos***[1,2]***, London András***[1]***, Pluhár András***[1] SZ

[1]Szegedi Tudományegyetem, [2]Neumann János Egyetem

Absztrakt. A Graham–Pollak-tétel analógiájára azt a kérdést vizsgáljuk meg, hogy az n pontú teljes gráf legkevesebb hány Ferrers-gráffal parkettázható. (A Ferrers-gráf olyan páros gráf, amelyre teljesül, hogy az egyik színosztályban lévő csúcsok szomszédságai láncot alkotnak a másik színosztályban a halmazelméleti tartalmazásra nézve.) Alkalmas konstrukció felmutatásával a parketták minimális számára $2\sqrt{n}$ nagyságrendű felső becslést adunk; továbbá a triviális $\log_2 n$ alsó becslést is megjavítjuk.

Kulcsszavak: gráfelmélet, gráfparkettázás

Tudományos közlésről

Nagy Kem Gyula, Katona János

SZ

Óbudai Egyetem

Absztrakt. A felsőfokú oktatóknál elvárás a tudományos munka. A publikálás során a következőkre kell összpontosítani: részletesen, pontosan kell ismertetni a kutatást, a mért, illetve számított adatokat, a felállított modelleket, az eredményeket azért, hogy a publikáció olvasója értse, szükség esetén megismételhesse a teljes kutatást.
Az előadásban kitérünk a publikálás során felmerülő egyéb kérdésekre, úgymint a megfelelő médium megtalálása, a kapcsolódó irodalom ismertetése, a források kiválasztása, az eredmények kiemelése, az alkalmazások felkutatása, a lehetséges hivatkozások, kapcsolódások megtalálása. Beszélünk a plágiumról, annak elkerüléséről. Megnézzük a másik oldalon található kiadók részéről a szerkesztőik munkájával szemben támasztott elvárásokat. Kitérünk a plagizálásra, illetve annak elkerülésére alkotott gyakorlatra.
És megfogalmazunk egy kifordított Einstein idézetet, e szerint: A kreativitás titka, hogy jól tudod felhasználni a forrásaidat. Ennek egyik ékes bizonyítéka Galileinek az ég felé fordított távcsöve.
Kulcsszavak: publikáció, hivatkozás, kreativitás, plágium

Gráf színezések, és a Lovász-féle topológikus alsókorlát tétel

Osztényi József

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. Az előadásomban különböző gráf csúcsszínezéseket tekintünk át. Majd pedig megnézzük, hogy a Lovász László által 1978-ban bizonyított topologikus alsókorlát tétel ezekre gráf színezésekre vonatkozó, módosított változata milyen eredményekre vezettek az elmúlt években.
Kulcsszavak: gráf színezés, gráf komplexusok, alsókorlát tételek

Egyetemi hallgatók grafikon értelmezési készségének vizsgálata különböző kontextusokban

Osztényiné Krauczi Éva

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. A Neumann János Egyetem elsőéves logisztikai mérnök hallgatói körében megvizsgáltuk, hogy milyen grafikon értelmezési készséggel rendelkeznek. Kategorizáltuk a grafikon értelmezési stratégiákat és nehézségeket. A kutatásunkhoz Planinic, Ivanjek, Susac és Milin-Sipus [3] által kifejlesztett tesztet használtuk. Azt tapasztaltuk, hogy a hallgatók problémamegoldási stratégiája erősen kontextusfüggő, és a görbe alatti terület értelmezése több gondot okoz, mint a meredekségé. Ezért a tanítás során sokféle kontextus használata és a különböző területek közötti kapcsolatok folyamatos kiépítése jó módszer lehet a hallgatók erősebb tudásának kialakításához.
Kulcsszavak: grafikon értelmezés, egyetemi oktatás

A grafikon egy olyan statisztikai eszköz, amely megkönnyíti a minták felismerését nagy mennyiségű adatokban. A grafikonok értelmezési készsége a problémamegoldó szakértelem része, így a mérnöki műveltség fontos része.

A grafikonokkal a diákok az általános iskolai, a középiskolai majd az egyetemi tanulmányaik során találkoznak. Az egyetemen a hallgatók két alapvető grafikon jellemző értelmezését szerezhetik meg, a trendek és a változás mértékének értelmezését. Ez általában két matematikai fogalom: a meredekségek és görbe alatti terület elemzését jelenti. Ezen fogalmak legtöbbet használt alkalmazási területe pedig a fizikában a kinematika. De a grafikonokkal való megismerkedés nemcsak matematika és fizika órákon, hanem más kontextusokban (biológiában, kémiában, mindennapi életben, gazdaságban) is jelen van. Mivel a diákok általában elég korán megismerkednek a grafikonokkal, az egyetemen feltételezik, hogy az értelmezésükre való képességük teljesen kifejlődött. Ennek ellenőrzésére, számos, grafikonokkal kapcsolatos diagnosztikai eszközt fejlesztettek ki, validáltak és bizonyították, hogy hasznosak a tanulók grafikonokkal kapcsolatos nehézségeinek beazonosításában.

Az első jelentős tisztán fizikai feladatokat tartalmazó teszt, a Beichner által kidolgozott TUG-K (Test of Understanding Graphs in Kimematics) [1]. A TUG-K egy diagnosztikai eszköz, amely fel szeretné tárni a hallgatók nehézségeit a kinematikai grafikonok értelmezésével kapcsolatban 21 tesztkérdésen keresztül. Egy későbbi szintén tisztán fizikai grafikonokkal kapcsolatos teszt, Wemyss és van Kampen tesztje [5]. Ebben a kutatásban feltárják, milyen nehézségekkel szembesülnek az elsőéves egyetemi hallgatók, amikor lineáris távolság-idő grafikonokból próbálják meghatározni a sebességet 6 kérdésen keresztül. Egy következő a Planinic, Ivanjek, Susac és Milin-Sipus [3] által kifejlesztett teszt. Ebben a tesztben már különböző kontextusokba helyezték a matematikailag hasonló feladatokat. 8 párhuzamos matematikai, fizikai és egyéb kontextusú kérdéskészletet dolgoztak ki grafikonokkal kapcsolatban. Öt kérdéssorozat a meredekséggel kapcsolatos, három pedig a görbe alatti területtel.

A fenti kutatásokból kiderült, hogy a hallgatóknak számos nehézségük van a grafikonok értelmezésével kapcsolatban, a leggyakoribbak a meredekség-magasság zavar, az intervallum-pont zavar és a grafikonok képként való értelmezése. Továbbá a grafikon alatti terület értelmezése nehezebbnek tűnik, mint a grafikon meredekségének értelmezése.

Az előadásunk célja, hogy bemutasson egy a Neumann János Egyetem (NJE) hallgatói körében végzett vizsgálat eredményeit. A felméréshez az utolsóként bemutatott tesztet használtunk. Planinic és társai [3] által kifejlesztett teszt magyar nyelvre történő fordítása után, az 2023/24. tanév tavaszi félévben Analízis II. kurzus keretében 64 első éves logisztikus mérnök hallgató felmérése történt meg. Mivel az NJE-n a meredekség az Analízis I. kurzuson kerül elő, a görbe alatti terület pedig az Analízis I-re épülő Analízis II. fontos témája, így leghamarabb ezen a ponton mérhetők a hallgatók ezzel a teszttel.

A grafikon értelmezési készségek vizsgálatának fontos részét képezik a hallgatói problémamegoldási stratégiák, illetve nehézségek kategorizálása. Majd a vizsgálatok eredményeképpen javaslatok megfogalmazása a tanítási gyakorlattal kapcsolatban [1, 2, 4, 5].

Az NJE hallgatói körében végzett felmérésben az Ivanjek és társai [2] által beazonosított kategóriák szerint besoroltuk a hallgatók grafikonértelmezési stratégiáit és nehézségeit. Azt tapasztaltuk, hogy a párhuzamos kérdésekre alkalmazott hallgatói stratégiák gyakran kontextusfüggőek. Egy probléma megoldása során, akkor használnak inkább hasonló stratégiákat különböző kontextusokban, ha nem rendelkeznek területspecifikus eljárással. A fizikai kontextusú kérdésekben a (gyakran helytelen) képletek használata a leggyakoribb stratégia. A meredekség sok diák számára nehéz fogalom, és a kiszámítása tűnik a fogalommal kapcsolatos legnehezebb feladatnak. A grafikon alatti terület jelentésének értelmezése összességében a legnehezebb a hallgatók számára.

Következtetésünk az oktatásra nézve, vagyis mit lehet tenni, hogy a hallgatók grafikonokkal kapcsolatos nehézségeik megoldódjanak? Ezek alapján azt gondoljuk, hogy a tanítás során javasolt sokféle kontextust használni, ezek közötti kapcsolatot elmagyarázni. A hallgatóknak lehetőséget kell adni, hogy átgondolják saját elképzeléseiket, bátorítást kell kapniuk, hogy szükség esetén módosítsák azokat (lehetőséget adva a tapasztalatszerzés útján történő tanulásra).

Irodalomjegyzék

[1] R. J. Beichner, Testing student interpretation of kinematics graphs. *American journal of Physics* **62(8)** (1994), 750–762.

[2] L. Ivanjek, A. Susac, A., M. Planinic, A. Andrasevic, Z. Milin-Sipus, Student reasoning about graphs in different contexts. *Physical Review Physics Education Research* **12(1)** (2016), 010106.

[3] M. Planinic, L. Ivanjek, A. Susac, A., Z. Milin-Sipus, Comparison of university students' understanding of graphs in different contexts. *Physical review special topics-Physics education research* **9(2)** (2013), 020103.

[4] M. Planinic, A. Susac, A., L. Ivanjek, Z. Milin-Sipus, Comparing student understanding of graphs in physics and mathematics. *Mathematics in Physics Education* (2019), 233–246.

[5] T. Wemyss, P. van Kampen, Categorization of first-year university students' interpretations of numerical linear distance-time graphs. *Physical Review. Physics Education Research* **9(1)** (2013) 010107.

A tanulási motiváció és attitűd elemzése NJE mérnökhallgatók között a fizika kurzusokra fókuszáltan

Ovárdics Andrea Irén

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. A munkaerőpiac olyan jól képzett mérnököket keres, akik magabiztos szaktudással rendelkeznek a mérnöki és a természettudományos kérdésköröket illetően is. Ezeket az ismereteket a hallgatók a közoktatásban, majd az egyetemen szerzik meg. A műszaki képzésben a természettudományos tárgyak közül kiemelt jelentőségű, alapozó szereppel bíró fizika tantárgy oktatása azonban mind általános, mind középiskolában háttérbe szorul. Következésképpen a fizikai alapelvekre vonatkozó ismeretek és tapasztalatok bizonytalanok [1], így a felsőoktatásba belépő hallgatók rendkívül eltérő elméleti tudással indulnak. Az elmúlt évtizedekben a hazai és a nemzetközi kutatások is arra az eredményre jutottak, hogy a diákok fizika iránti érdeklődése csökkent, annak ellenére, hogy a korszerű technológiát alkalmazó eszközök működésének megértéséhez nélkülözhetetlen [2][3][4][5]. A felsőoktatási intézmények, így az egyetemek célja is az, hogy a hiányos tudással érkező hallgató is eredményes legyen, az ebből adódó lemorzsolódás csökkenthető legyen. A matematikai alapismeretekre épülő fizikai kérdéskörök, a hozzáadott kontextus miatt növeli a fizika kurzusok teljesítésének nehézségét. Azaz az egyetemre bekerült hallgatók egy része nem rendelkeznek az egyetemi kezdő tananyag megértéséhez szükséges előzetes tudással és szemlélettel [6] [7] [8]. A lemorzsolódás valódi okaiként [9] az alábbiakat azonosították: a választott szakma iránti elkötelezettség hiánya, érdeklődés hiánya, motiváció hiánya, kitartás hiánya, értékrend. Veloo, Nor és Khalid tanulmánya [10] hangsúlyozta, hogy a fizikatanároknak a fizikatanuláshoz való hozzáállás befolyásolására kellene összpontosítaniuk, nem pedig pusztán a fizika tanulás módszertanára [11] [12]. A fizikával kapcsolatos attitűdök meghatározzák az egyén fizika kurzusokkal kapcsolatos döntéseiket. A mérnökhallgatók matematikai és fizikai alapismereteit biztosító kurzusok eredményes hallgatói teljesítése érdekében az a cél, hogy feltárjuk a fizika iránti érdeklődést egyetemi szinten. A konferencia előadás célja a hallgatói motiváció és attitűd vizsgálatára vonatkozó kérdőív és a következtetések bemutatása. A tanulmány arra fókuszál, hogy megismerjük a felsőoktatásba belépő mérnökinformatikus és logisztikai mérnök hallgatók (1) mennyire készülnek tudatosan a továbbtanulásukra, (2) milyen motivációkkal, attitűdökkel érkeznek az egyetemre a fizika kurzusra koncentrálva. (3) Milyen különbségek vannak a mérnökinformatikus és logisztikai mérnök tanulmányokat folytató hallgatók között motiváció és attitűd tekintetében? Hulya Cermik, Izzet Kara tanulmányában [13] szereplő fizikakurzus attitűdök skáláját vizsgáló 22 item szerint készítettünk hallgatói kérdőívet. A kérdőív olvashatóságának és érthetőségének ellenőrzésére előtesztet végeztünk. Majd felülvizsgálat után a kérdőívet kiegészítettük, így $12 + 38$ itemet tartalmaz. A komplex teszt felvétele a BSc kereszt-féléves fizika kurzust felvett mérnökinformatikus és logisztikai mérnök hallgató között történt. A kérdőív önkéntes kitöltése online felületen zajlott. A válaszok ötfokú Likert-típusú skálán kerültek rögzítésre. A kutatás eredményei alapul szolgálhatnak az egyetemi hallgatók fizika iránti attitűdfejlesztő programokhoz. Valamint további kutatással pl. a hallgatók tanulási stílusának feltárásával megalapozható olyan oktatás-módszertani változtatás, amellyel hatékonyabban lehet ösztönözni a hallgatókat a fizika tanulására. Ugyanakkor növelhető az egyetemisták műszaki-mérnöki pálya iránti motivációja.

Kulcsszavak: műszaki felsőoktatás, fizika, tanulási motiváció, attitűd,

Irodalomjegyzék

[1] Nagy-Czirok, L. : Tévhitek és fogalmi váltások - Hogyan változik a tanulók természettudományos világképe? Új Pedagógiai Szemle, 2018, Vol. 68, No. 3-4, pp. 47-72, 1215-1807 1788-2400
[2] Cajas, F. : The science/technology interaction: Implications for science literacy. Journal of Research in Science Teaching, 2001, Vol. 38 No. 7, pp. 715-729.
[3] Józsa, K. : Mi alakítja az énértékelésünket fizikából? Iskolakultúra, 1999, Vol. 9, No.10, pp. 72-80.
[4] Csapó, B., Korom, E., Molnár, Gy. : A természettudományi tudás online diagnosztikus értékelésének tartalmi keretei. Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet, 2015, Budapest.
[5] Malmos, E., Chrappán M. : Természettudományos attitűd vizsgálat egy pilot mérés tükrében. Educatio, 2016, Vol. 25, No. 4, pp.
[6] Tóth, P., Pogátsnik M. : A mérnökhallgatók induktív gondolkodása. Iskolakultúra, 2021, Vol. 31, No. 10, pp. 38-57, DOI: 10.14232/ISKKULT.2021.10.38
[7] Due, K. : Who is the competent physics student? A study of students' positions and social interaction in small-group discussions. Cultural Studies of Science Education, 2012, Vol. 9, No. 2, pp. 441-459, https://doi.org/10.1007/s11422-012-9441-z.
[8] Williams, C., Stanisstreet, M., Spall, K., Boyes, E., Dickson, D. : Why aren't secondary students interested in physics. Physics Education, 2003, Vol. 38, No. 4, pp. 324-329
[9] Heublein, U., Ebert, J., Hutzsch, C., Isleib, S., König, R., Richter, J., & Woisch, A. Zwischen Studienerwartungen und Studienwirklichkeit: Ursachen des Studienabbruchs, beruflicher Verbleib der Studienabbrecherinnen und Studienabbrecher und Entwicklung der Studienabbruchquote an deutschen Hochschulen [Between study expectations and reality: Reasons for dropout, career retention of dropouts and development of the dropout rate at German universities] , 2017, Vol. 1,
[10] Veloo, A., Nor, R., Khalid, R. : Attitudes towards Physics and Additional Mathematics Achievement towards Physics Achievement. International Education Series, 2015, Vol. 8, pp. 35-43, https://doi.org/10.5539/ies.v8n3p35
[11] Barmby, P., Kind, P. M., & Jones, K. (2008). Examining changing attitudes in secondary school science. International Journal of Science Education, Vol. 30, No. 8, pp. 1075-1093,
[12] Testa, I., De Luca Picione, R. & Scotti di Uccio, U. : Patterns of Italian high school and university students' attitudes towards physics: an analysis based on semiotic-cultural perspective. Eur J Psychol Educ, 2022, Vol. 37, pp. 785-806, https://doi.org/10.1007/s10212-021-00563-z
[13] Cermik, H., Kara, I. : Physics Course Attitudes Scale for High School Students: A Validity and Reliability Study, International Journal of Assessment Tools in Education 202-0, Vol. 7, No. 1, pp. 6272, https://dx.doi.org/10.21449/ijate.693211

Programozható robotok felhasználási lehetőségei az oktatástól a kutatásig

Pásztor Attila, Szerémi Éva Krisztina

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. Ez az előadás egy összefoglaló arról, hogy hogyan lehet innovatív eszközöket, főként programozható robotokat felhasználni az általános iskolai a középiskolai és a felsőfokú oktatás számos területén. Bemutatásra kerülnek azok az egyszerű eszközök, amelyeket már általános iskolában is eredményesen lehet alkalmazni főként az algoritmikus gondolkodásmód kialakítására valamint a programozás oktatás megalapozására. Prezentálunk néhány olyan középiskolai projektet amely kiegészítője lehet a középiskolai informatika, valamint a programozás oktatásának. Már lezajlott és kiértékelt kísérletek bemutatásával igazoljuk, hogy a robotokkal kiegészített programozás oktatásnak milyen pozitív hatásai vannak a programozásoktatás hatékonyságát meghatározó egyes összetevőkre, mint például a programozási énképre és a tantárgyhoz kapcsolódó attitűdökre is. A kezdők programozásoktatása mellett ezek az eszközök jól használhatók az oktatás haladó szintjén is kiegészítve a hagyományos oktatási módszereket. Végül az előadás bemutat olyan tudományos kutatásokat, ahol a mesterséges intelligencia egyes területein területfelfedező, valamint gyülekezési algoritmusok szimulálásához „Low-cost” robotrajokat használtunk fel.

Kulcsszavak: robot, játékos oktatás, projektfeladatok, raj intelligencia, mesterséges intelligencia

Optikai felharmonikusok keltésének vizsgálata egy parametrikus modell segítségével

Pusztai Béla Gábor

SZ

Szegedi Tudományegyetem, Neumann János Egyetem

Absztrakt. Előadásunkban a kvantumoptikai felharmonikusok keltésének területén végzett legutóbbi kutatási eredményeinket ismertetjük. Ezen vizsgálataink során egy olyan modellt alkottunk, amelyikben a gerjesztő mező és a keltett felharmonikusok tanulmányozását is a fotonképen alapuló kvantumelméleti nézőpontból végeztük el. Ugyanakkor az elektromágneses mezővel kölcsönható anyagot csak fenomenologikus paramétereken keresztül vettük figyelembe, amely egyszerűsítő feltevés mellett sikerült megadnunk egy jól kezelhető effektív leírását a felharmonikusok keltésének. Modellünkben megvizsgáltuk a gerjesztő módus és a felharmonikus módusok fotonszám-statisztikájának időfejlődését mind analitikusan, mind numerikusan. Ehhez egyik fontos eszközünk a parametrikus közelítés módszere volt, melyet használva részletes leírását adtuk annak a kísérletileg releváns esetnek, amikor a gerjesztő módus egy koherens állapotból indul, a felharmonikusok pedig a vákuumállapotból indulnak. Azt is kimutattuk, hogy a gerjesztő módusban a Mandel-féle Q-paraméter értéke az idővel kvadratikusan csökken a rövidtávú időfejlődés során. Azaz, a gerjesztő módus fotonszám statisztikája szub-Poisson viselkedést mutat. Fizikailag ez azt jelenti, hogy a magas-felharmonikusok keltése során a koherens állapotból induló gerjesztő módusban az időfejlődés során nem-klasszikus fény keletkezik. A rövidtávú időfejlődés vizsgálata mellett kitekintetést nyújtottuk a dinamika hosszútávú viselkedésére is. A bemutatásra kerülő eredmények alapjául egy többszerzős közös munka szolgált: Á. Gombkötő, S. Varró, B.G. Pusztai, I. Magashegyi, A. Czirják, Sz. Hack, and P. Földi, Parametric model for high-order harmonic generation with quantized fields, Physical Review A 109, 053717.

Kulcsszavak: kvantumoptika, felharmonikusok keltése

Nagyteljesítményű irányított röntgensugárzás keltése nagyintenzitású, asztali méretű lézerrendszer segítségével

Rácz Ervin

SZ

Óbudai Egyetem

Absztrakt. Nagyteljesítményű lézerrendszerek gáz jetekkel való kölcsönhatásai meghatározó szerepet játszanak a lézerplazma fizikában. Ez az előadás erre mutat egy fontos példát.
Ebben az előadásban erre mutatok egy fontos példát: egy asztali méretű, egyedi konstrukciójú, nagyintenzitású titán-zafír - excimer hibrid ultraviola lézerrendszer nyalábjának és Xe gáz jetnek egy kölcsönhatását mutatom be. A Xe gázba fókuszált lézernyaláb fókuszfoltjának átmerője nagyjából 2 mikrométer; ezzel óriási lézer intenzitást eredményezve a gáz puff-ban. A nagy lézer intenzitás miatt a gáz klaszterben nemlineáris folyamatok megjelenésével kell számolni. A céltárgyra eső nagy lézer intenzitásnak köszönhetően forró lézerplazma keletkezik, továbbá a gázban megjelenő magasabb rendű nemlineáris folyamatok miatt ebben a plazmában stabil röntgen csatornák kelthetők. A keletkezett röntgen csatornák stabilizálják és jól irányítottá teszik a fellépő röntgensugárzás egy részét. Konkrét eredményként: Xe gáz jet atomi klaszterjein egy ultraintenzív 248 nm hullámhosszon működő titán-zafír - excimer hibrid lézerrendszer nyalábjával való besugárzásának eredményeiből láthatunk. A kapott nagyenergiájú és nagyteljesítményű irányított röntgen sugárzások a Xe(M) és Xe(L) héjak gerjesztéseinek felelnek meg.

Kulcsszavak: lézerplazma, plazmacsatorna, intenzív röntgen tűimpulzus, nagyintenzitású lézer-rendszer

Digitális vagy nem digitális? - A játékalapú tanulás megvalósításának új lehetőségei

***Szilágyi Szilvia*[1], *Körei Attila*[1], *Takács Anna Mária*[2]**

SZ

[1]Miskolci Egyetem , [2]Budapesti Gazdasági Egyetem

Absztrakt. A Miskolci Egyetem Matematikai Intézetében 2018-ban indult el a játékalapú tanulást támogató, nem digitális didaktikai kártyajátékok fejlesztése. A LimEszelős a világszerte ismert SOLO lapfogyasztó típusú játék adaptációjaként készült el, a valós számsorozatok határértékének fejben történő számolásának gyakorlását, a nevezetes határértékek elsajátítását célzó didaktikai játék. 2020-ban kezdődtek a hallgatók bevonásával végzett tesztelések. Az őszi félévekben a Miskolci Egyetem elsőéves informatika alapszakos hallgatói LimEszelős workshopokon vehetnek részt, ahol biztosított a lehetőség a közös játékra. 2023 őszén és 2024 tavaszán a Budapesti Gazdasági Egyetem hallgatói is kipróbálták a játékot. Előadásunkban a LimEszelős mellett bemutatjuk az Eszelős játékcsalád új tagját: a DeEszelős didaktikai kártyajátékot, amely a négyzetes mátrixok determinánsának számolásához nyújt játékalapú tanulási lehetőséget. Az új játék létrehozásával párhuzamosan merült fel az igény az Eszelős játékcsalád online változatának létrehozására, amely 2024 tavaszán béta verzióban tesztelésre került. Ekkor 345 hallgató próbálta ki a játékokat nem digitális és/vagy digitális formában. A kísérlet kvantitatív eredményei meggyőzően bizonyítják a játékalapú tanulás hatékonyságát a vizsgált témakörökben, a kvalitatív eredmények pedig rávilágítanak arra, hogy az egyetemi hallgatók egyértelműen igénylik a tananyag-specifikus játékalapú tanulási lehetőségeket a matematika területén.

Kulcsszavak: didaktikai játék, kártyajáték, játékalapú tanulás, digitális játék, nem digitális játék

A JETI kooperatív didaktikai kártyajáték paklijának finomhangolása

Szilágyi Szilvia, Palencsár Enikő

SZ

Miskolci Egyetem

Absztrakt. A Miskolci Egyetemen hat éve folyamatosan zajlik a játékalapú tanuláshoz használható matematikai témájú didaktikai kártyajátékok létrehozása. Ezen játékok többsége adaptáció, azaz népszerű társasjátékok lapkészletének és szabályrendszerének kisebb-nagyobb módosításával megalkotott didaktikai eszköz. A numerikus sorok témaköréhez fejlesztett JETI azonban teljes egészében saját ötletre épül, egyedi szabályrendszerrel és grafikával rendelkezik. A kombináció-gyűjtő kooperatív játék matematikai tartalmát a valós számsorok összehasonlító kritériumai adják. Ehhez a témakörhöz korábban nem állt rendelkezésre a játékalapú tanulást biztosító lehetőség, tehát a JETI hiánypótló. Egy új játék létrehozása számos hibázási lehetőséget rejt magában a játékmenet kialakításakor, ezért a szabályok és a sorkártyák fejlesztésének PDCA köreit folyamatos tesztelés és visszacsatolás jellemezte. A tervezési folyamat kezdetén rögzítésre kerültek azok a legfontosabb didaktikai és élményszerűséget biztosító szempontok, melyek a játékfejlesztés fő irányvonalát kijelölték. A szabályrendszer kidolgozásához Schell, Jesztl és Lencse szakmai ajánlásait vettük alapul. A didaktikai játékok tervezésének egy másik fontos feladata a megfelelő egyensúly megteremtése a stratégia és a szerencse között, mert az ismeretek átadása nem mehet a játékélmény rovására. A számszerűsíthető paraméterek beállítása Python nyelven megírt számítógépes szimulációk segítségével zajlott. Az optimalizálás folyamatának elsődleges célja az volt, hogy a játék élményszerűségét és hatékonyságát egyensúlyba hozza. Többezer véletlenszerűen generált mintajáték alapján minimalizáltuk a szélsőséges játékszituációk (párhiány, korai győzelem, garantált vereség) kialakulásának valószínűségét. Előadásunkban bemutatjuk a JETI tervezési folyamatának PDCA köreit, valamint a játékélményt biztosító szimulációk statisztikáit.

Kulcsszavak: didaktikai játék, kártyajáték, játékalapú tanulás, gépi játékos, szimuláció

Gyártósor-szimuláció GeoGebrával

Talata István, Losonczi Attila, Sándor Zoltán

SZ

Budapesti Gazdasági Egyetem

Absztrakt. Bemutatjuk egy lineáris gyártósor matematikai modelljét, és ennek egy GeoGebrában elkészített szimulációját. Ez egy 7 munkaállomásból, egy alkatrészraktárból és egy késztermékraktárból álló összeszerelőüzem virtuális modellje, amely az Ipar 4.0 keretében a BGE, a BOSCH és a Hatvani Önkormányzat együttműködésével létrejött hatvani Smart Shop Floor Labor (SSFL) digitális ikerje. Az alapmodell esetén az egyes munkaállomásokon fix időtartamok szükségesek az összeszereléshez, de ez könnyen módosítható véletlen változóktól függő időtartamokká. Egyes munkaállomások helyett szükség szerint párhuzamos alállomások is elhelyezhetők a termelési folyamat gyorsítása céljából. 2D és 3D dinamikus grafikus felületek is könnyen beintegrálhatók a szimulációba GeoGebrában. Valós adatok adatfájlja alapján is lejátszható a gyártási szimuláció.
Kulcsszavak: digitális iker, ipar 4.0, matematikai modell, szimuláció, GeoGebra

Vizualitás az egyetemi matematika oktatásban

Tekeli Miklós, Fülöp Vanda

SZ

Szegedi Tudományegyetem

Absztrakt. A mai egyetemista korosztály egyre inkább a vizuális élmények világában él. Tapasztaljuk, hogy a hagyományos oktatási módszerek és a hosszú szövegezésű jegyzetek már nem illeszkednek a hallgatók tanulási szokásaihoz. Elképzelésünk szerint a hatékonyabb oktatáshoz a feladatok megoldásában a vizualitást, ábrák megjelenítését kell előtérbe helyezni. A látványos, dinamikus segédanyagok használatát élményként élik meg a hallgatók, miközben közvetlen tapasztaláson és aktív cselekvésén keresztül szerzik meg az új ismereteket. Erre vonatkozó ötleteinket a 2023/24. tanévben a Praktikum kurzuson valósítottuk meg. Előadásunk a módszeren túl a tapasztalatokról és az eddig feldolgozott eredményekről szól.

Kulcsszavak: vizualitás, dinamikus segédanyagok, animációk, kurzusfejlesztés, Z-generáció

Bevezetés

A jelenlegi egyetemisták a Z generáció tagjai, a digitális világ azonnali visszajelzéseihez és vizuális ingereihez szoktak, amelyek jelentősen más tanulási szokásokat alakítottak ki bennük. A hagyományos oktatási módszerekkel nehéz hosszabb ideig lekötni a figyelmüket, ezért érdemes az óráinkon látványos ábrákat, grafikákat és interaktív segédanyagokat használni [1]. Ahhoz, hogy a matematika oktatása hatékony tudjon maradni, oktatóként nekünk kell alkalmazkodni a Z-generáció sajátosságaihoz. Erre vonatkozó tervünket [3]-ban már bemutattuk, majd a 2023/24. tanévben az SZTE TTIK Praktikum kurzusán valósítottuk meg. Előadásunk a módszeren túl a tapasztalatokról és az eddig feldolgozott eredményekről szól.

Az oktatási módszer bemutatása

A Praktikum kurzus a Matematika tanár szak és a Matematika BSc képzések első féléves kötelező órája, melynek célja a középiskolai középszintű matematikai tananyag elmélyítésén, gyakorlásán túl az egyetemi tanulmányokhoz szükséges emelt szintű ismeretek szintetizálása. A tanárszakos csoportot választottuk vizsgálati csoportnak, a BSc-s csoportot pedig kontrollcsoportnak, mert ők csak heti két órában hallgatták a tárgyat, ellentétben a BSc-s kontrollcsoporttal, ami dupla ennyi, azaz heti négy órában gyakorolt. Megelőlegezve, hogy módszerünk eredményessége (hatásossága) még ilyen egyenlőtlenség esetén is egyértelműen kimutatható lesz.

A kísérleti csoport anyagához számos egyszerű grafikát, (mozgó)ábrát, dinamikus és interaktív segédanyagot készítettünk. A feldolgozott témakörben legalább a feladatok feléhez készült valamilyen formában vizuális segédlet. Előadásunkban konkrét példákon keresztül mutatjuk meg, hogyan integrálhatóak a (mozgó)ábrák és vizuális segédeszközök a középiskolai matematika feladatokba. A segédanyagoknak látványosnak kell lenniük, hogy a hallgatókat aktivizálja az órai munka során, fejlesztve a hallgatók szövegértési és problémamegoldó készséget.

Készítettünk olyan egyszerű grafikákat, amelyekkel az algebrai számolásokat színesebbé tettük. A hallgatók egy-egy ilyen ábra segítségével könnyebben tudják rendszerezni az ismereteiket, a fogalmak és módszerek jobban rögzülnek, könnyebben felidézhetővé válnak. Ezt tanulmányok (pl.: [2]) és saját tapasztalataink is alátámasztják.

Az egyenletek, egyenlőtlenségek, de még az egyenletrendszerek vizsgálatnál is nagyon fontosnak tartottuk az adott függvények ábrázolását a koordináta-rendszerben. Bár a hallgatók a középiskolai reflexek miatt legtöbbször algebrai úton közelítik meg a feladatokat, pedig sokszor a grafikonok segítségével történő megoldási ötletek szemléletesebbek és maradandóbbak, mindamellett, hogy legtöbbször az ábrák rövidebbé is teszik a feladatmegoldásokat, jól szemléltetik a megoldások számát.

Több különböző digitális és interaktív segédanyagot is készítettünk, melyekhez elsősorban a GeoGebra, illetve a PowerPoint szoftvereket használtuk, hogy segítségükkel egyrészt a matematikai fogalmak más szemléletű megközelítését tudjuk elérni, másrészt ezen dinamikus segédanyagok használatával a hallgatók a nehezebb szöveges feladatokat is önállóan tudják értelmezni és kísérletes úton tudták felfedezni a modellalkotási és a megoldási lépéseket. Ezen belül több olyan kreatív feladatot is alkottunk, amelyekben a hallgatóknak egy kép vagy animáció alapján kell szöveges példát alkotniuk. Munkáikon láttuk, hogy amellett, hogy élvezték az ilyen jellegű feladatokat, még az általában nem kedvelt és nehéznek tapasztalt témakörökhöz is (pl.: mozgásos feladatok) kedvet tudtunk adni ilyen módon a gyakorlat során. Az ilyen típusú feladatok beadandó feladatok formájában is előkerültek, amelyek javításánál egyértelmű volt, hogy a hallgatók eredményesen és örömmel használták a programokat.

Eredmények

A módszer hatékonyságát a hallgatói teljesítményre egy félév eleji és félév végi felmérő dolgozattal, valamint évközi felmérők segítségével vizsgáltuk. A kísérleti csoportban a félév eleji felmérőt 16 hallgató írta meg, ebből 5 hallgató rendelkezett emelt szintű matematika érettségivel. A kontrollcsoportban 22 hallgató írta meg ezt a felmérőt, közülük viszont 13 hallgató tett emelt szintű érettségi vizsgát. Előadásunkban a felmérők 5 feladatából három feladat (egy másodfokú egyenlőtlenség, egy trigonometrikus egyenlőtlenség és egy abszolútértékes egyenlet) megoldásának eredményességét mutatjuk be összehasonlítva a csoportokat önmagukhoz és egymáshoz képest is. A felmérőbe olyan feladatokat választottunk, amelyek alkalmasak arra, hogy a vizualitás és az ábrák használata segítse, gyorsabbá és szemléletesebbé tegye a megoldást.

Általánosan elmondható, hogy a félév eleji felmérőben a feladatokat a hallgatók kevesebb mint fele tudta megoldani helyesen, ábrát hasonló arányban készítettek mindkét csoportban.

A módszerünk egyértelmű eredményének mondható, hogy a fele óraszám ellenére, az év végi felmérőben a legtöbb feladat esetén a vizsgálati csoport önmagához képest többet javított, néhány feladat esetén pedig a jó válaszok aránya jelentősen nem változott egyik csoport esetén sem. Mindezek mellett a kísérleti csoportban jóval nagyobb arányban készítettek valamilyen formában vizualizációt a feladatokhoz. Többen kezdtek el gondolkodni ábrák, grafikonok alapján, nem kizárólag az algebrai megoldásokra támaszkodtak. Fontos továbbá, hogy a vizsgálati csoportban kivétel nélkül minden feladathoz hozzákezdtek a hallgatók, ellentétben a kontrollcsoporttal. Arról nem is beszélve, hogy az órák hangulata is felszabadult volt, a hallgatók aktívan vettek részt az órákon. A hallgatói vélemények is megerősítették, hogy élvezték az ilyen módon felépített kurzust.

Irodalomjegyzék

[1] Engelbrecht, J., Llinares, S., & Borba, M. C. (2020). Transformation of the mathematics classroom with the internet. Zdm, 52, 825-841.

[2] Lin, C. (2022). Use Progressive Visualization Teaching Method to Improve Learning Motivation of Calculus Courses. The European Journal of Social & Behavioural Sciences, Volume 31(Issue 2), 92-110.
[3] Tekeli Miklós, Fülöp Vanda: Látvány, élmény, ismeret, Gradus Vol 11, No 1 (2024), ISSN 2064-8014, https://doi.org/10.47833/2024.1.CSC.003

Az informatika és matematika gyakorlati alkalmazása alsótagozatosoknak

Tóth Attila, Szabó Tibor, Jurík Tünde, Žitný Rastislav

SZ

Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra

Absztrakt. A tanulmány célja bemutatni olyan tevékenységeket, melyek által a negyedik osztályos tanulókat megismertettük az egészségnevelés és az environmentális nevelés néhány elemével az informatika, ill. matematika tanórák által. Ezt az interdiszciplináris megközelítést úgy próbáltuk kivitelezni, hogy közben összhangban legyünk a Szlovák állami oktatási program által előírt standardokkal. Példaként említhetünk néhány tevékenységet, ahol grafikai applikáció és a benne található rajzeszközök megismerésén túl a szelektív hulladékgyűjtést is fókuszba helyezzük; applikációk használatára (MS Office Power Point és Excel) digitális tananyag formájában a víz körforgására és ételpiramisra összpontosítva; a robotika és a kódolás alapjait megismerve, melyben a víz fontosságára és a vízzel való takarékosságra hívjuk fel a gyermekek figyelmét. Matematika tekintetében említhetjük a négyzethálós módszer alkalmazását a területméréshez alkalmazva és ezt összekapcsolva a fák oxigéntermelésével.

Kulcsszavak: grafikai aplikálás, fenntarthatóság, környezetvédelem

Irodalomjegyzék

[1] Szabó Tibor, Žitný Rastislav, Jurík Tünde: Environmentális nevelés az informatikaórán Katedra. - ISSN 1335-6445. - ISSN (online) 2729-9066. Vol. 31, No. 6 (2024), pp. 28-30

[2] Tóth Attila, Jurík Tünde, Hogyan segíthetnek a fizikai kísérletek kisiskolás korban a környezetvédelem és a fenntarthatóság megértésében In: Gradus [elektronický dokument] . Kecskemét (Madarsko) : Kecskemét College. ISSN (online) 2064-8014. Vol. 10, No. 2 (2023), pp. 1-8

[3] Varga Katalin, Jurík Tünde, Tóth Attila Fentartható hulladék gazdálkodás a nevelési folyamatban Katedra. ISSN 1335-6445. ISSN (online) 2729-9066. Vol 31, No. 8 (2024), pp. 28-29

[4] Tóth Attila, Jurík Tünde Fenntarthatóságra es környezettudatosságra nevelés What will out Future be Like Sozial und Wirtschafts Forschungsgruppe, 2023. ISBN 978-3-903317-11-6, pp. 109-114

Térlátásfejlesztés és infinitezimális számítás analitikus geometria és informatika segítségével a gyakorlatban

***Tóth Attila*[1], *Vankó Krisztián*[2], *Sedlák Margaréta*[2]**

SZ

[1]Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra , [2]Magán Szakközépiskola Diószeg (Szlovákia)

Absztrakt. A középiskolákon és a főiskolákon egyaránt megmutatkozik a geometriai tudás hiánya. A tanulmányban bemutatjuk, hogy ez kiküszöbölhető a diákok munkái által, a klasszikus és új geometriai módszerek hatékony bevetésével. A gépészeti és műszaki jellegű középiskolákban, valamint a digitális médiagrafikus szakok között nagy a különbség, a cél azonban ugyanaz: fejleszteni a síkbeli elképzeléseket és a térbeli látást; a szakembereknek ismerniük kell nemcsak a síkbeli, hanem a térbeli forgatásokat, nagyításokat és egyéb kivitelezéseket is. A tapasztalataink azt mutatják, hogy a felnövő nemzedék nem kapcsolja össze a virtuális világot a való világgal. A számítógépes programok megjelenése előtt először laboratóriumi, majd kistermelési szinten, végül pedig ezek alapján lehetett kipróbálni a rajz pontosságát, illetve pontatlanságát nagyüzemi módban. Az ezredfordulón jelentek meg azok a szimulációk, amelyek segítségével már egy-egy köztes lépés kihagyható volt. Megoldás lenne, ha minden esetben ötvöznénk a klasszikus szerkesztéseket, gyakorlati kivitelezéseket a számítógépes grafikai ábrázolásokkal. A tanulók geometriai tudása rendkívül hiányos, ennek ellenére elmondhatjuk, hogy nem reménytelen, ha megmutatjuk nekik a konkrét gyakorlati felhasználásokat. Klasszikus régi formában kellene újra tanítani az ábrázoló geometriát a felsőbb tagozatokon, és a régi óraszámban oktatni a középiskolás tananyagot, az analitikus geometriát is. Az előző generációk térlátását tehát segítette a piros-zöld szemüveggel kialakított térhatás. Mindennek jelentősége éppen a gyakorlati alkalmazásban van. Saját anaglif képek létrehozásával sikerül kialakítani a térlátást a grafikán belül a CorelDRAW, Inkscape, Abode Photoshop programok segítségével. A gépészeknek pedig átvezethető grafikus szintre is a Solid Edge 2D/3D CAD tervező szoftver program. Létre kellett hozniuk a sakkfigurákat, meg kellett azokat tervezniük. Formailag egyedül kivitelezték a méretarányok betartása mellett, egy program összeszerelési részében pedig egyesíteni kellett az összes figurát a sakktáblán. Illetve megszerkeszthették a saját alkatrészeiket is; megtervezhették a laza, az átmeneti és merev illesztéseket. Ezáltal lehetővé vált szimulációban kipróbálni, de esztergapadon, illetve marógépeken legyártott formában is, hogy az adott tűréshatárral megtervezett alkatrész mozogni fog-e, vagy sem. A következő stádiumban pedig már geometriai tapasztalatszerzés elsajátítható, ha az iskolai 3D nyomtató és a gravírozó lehetőségeit kihasználva saját elképzeléseket valósítunk meg. Kézzelfoghatóan tárgyi kivitelezésben valósíthatják meg zárómunkáikban a megálmodott cégtáblájukat, reklámmaketteket, névjegykártyáikat és brosúráikat, térhatású képeiket. Bemutatjuk azt is, miért szükséges a geometria ismerete a közgazdasági főiskolákon. Rámutatunk arra, hogy a feltételes optimalizálás geometriai úton könnyebben oldható meg, mint bonyolult Lagrange egyenletek segítségével. A síkbeli feladatoknál látványos egy GeoGebra-i megoldás, de a térbeli megoldások a 3D GeoGebra (és más programok) segítségével még váratnak magukra. Ezért vázoltuk fel mindennek a megvalósítását konkrét térbeli könnyen vágható elemek segítségével, így könnyen eltávolítható a kívánt sík feletti (alatti, a maximum, illetve minimumkeresésnél) térbeli rész. Ha még nincs kifejlesztve olyan program, amelyik a térrészeket eltávolítja, felvázolunk egy módszert, hogyan tudnánk ezt megvalósítani léptetőmotorok és pontos energiájú lézerkard segítségével, hogyan vágható ki egy konvex poliéder. Mindez arra jó, hogy ehhez az alakzathoz a költségek célfüggvényének a síkjával közelítünk. Abban a pontban, ahol a sík eléri a poliédert, a gyakorlatban szemléletes módon megkapjuk a minimális veszteség, kiadás, illetve maximális nyereség értékeit, és így megértik ezeket a fogalmakat is. A középiskolában található 3D nyotató és lézeres gravírozó se

Kulcsszavak: grafikai aplikálás, fenntarthatóság, környezetvédelem

Irodalomjegyzék

[1] Sydsaeter, K. és Hammond, P.I. (2006). Matematika közgazdászoknak. Budapest: Aula.

[2] Kmetová, M. és Vitézová, Z. (2015). Anaglyfy a ich využitie vo vyučovaní geometrie. Slovenský časopis pre geometriu a grafiku 12(23).pp.31-36.

[3] Tóth Attila, Nagy Lehocky Zsuzsa, Csáky Antla: Geometriai vizualizáció a gyakorlatban OxIPO : e-folyóirat. - ISSN 2676-8771, Vol. 3,Noč. 1 (2021), pp. 83-95.

[4] Tóth Attila, Nagy Lehocky Zsuzsa :A geometria jelentősége 2021. In: Katedra: Szlovákiai magyar pedagógusok és szülők lapja. - ISSN 1335-6445, Vol. 28, No. 10 (2021), pp. 25-26.

[5] Tóth Attila, Nagy Lehocky Zsuzsa, Csáky Antla :A térlátás képességének fejlesztése In: 24. Apáczai-napok Tudományos Konferencia tanulmánykötete Győr, 2021. ISBN 978-615-5837-91-3, pp. 253-263.

[6] Tóth Attila, Lehotáková Eva: Matematika - rajzolva : A szemléltetés fontosságáról a matematikában 2022. In: Katedra : Szlovákiai magyar pedagógusok és szülők lapja. ISSN 2729-9066, Vol. 29, No. 7 (2022), pp. 23-24.

Diszkriminancia analízis

Végh Attila

SZ

Neumann János Egyetem

Absztrakt. A kvalitatív statisztikai módszerek egyik alapfeladata objektumok csoportosítása, osztályozása úgy, hogy az egy csoporton belül lévők jobban hasonlítsanak egymáshoz, mint a másik csoport elemeihez. Az osztályozó technikákat két nagy csoportra bonthatjuk aszerint, hogy vannak-e előre definiált csoportjaink vagy sem. Ez alapján beszélhetünk felügyelt és nem felügyelt módszerekről. Az előadásban a felügyelt osztályozási módszerek közül a lineáris (LDA) és a kevésbé ismert kvadratikus (QDA) diszkriminancia analízist mutatjuk be. A két technikához kapcsolódóan kidolgoztunk egy új eljárást, melyben az egyes csoportokhoz tartozó kovariancia ellipszisek definiálják az adott csoporthoz tartozó metrikát. Az így definiált metrikák alapján határozzuk meg az adott csoportokat elválasztó, úgynevezett diszkrimináló függvényeket, melyről igazoltuk, hogy minden esetben egy másodrendű felületet határoznak meg. A módszert metrikus (MDA) diszkriminancia analízisnek neveztük el. Kukorica szilázs és lucerna szenázs mintákon teszteltük mindhárom módszert. A kódokat Python környezetben írtuk. Az eredmények azt mutatják, hogy az MDA esetében kapott diszkriminánó függvény kevesebb esetben sorolta rossz osztályba a minta elemeit, mint az LDA vagy akár a QDA. További vizsgálatokat igényel, hogy más mintákon, illetve általánosan is jobb eredményt ad-e az MDA.

Kulcsszavak: diszkriminancia analízis, Minkowski metrika, kovariancia ellipszis

Bevezetés

Az előadásban a felügyelt osztályozási módszerek közül a lineáris (LDA) és a kvadratikus (QDA) diszkriminancia analízist [1] ismertetjük 2 osztály vizsgálata esetén. Természetesen a módszer több osztályra is alkalmazható. A felügyelt osztályozási módszereknél célunk egy olyan sík, felület, függvény megadása, mely a tér elemeit 2 csoportba osztja lehetőleg minél több elemet jó osztályba sorolva. Azaz, ha választunk egy olyan elemet, amelyről nem tudjuk, hogy melyik osztályba tartozik, akkor is az elválasztó(diszkriminánó) függvény segítségével nagy valószínűséggel meghatározhatjuk, hogy melyik osztályba tartozhat.

A következőkben feltesszük, hogy mindkét mintánk normális eloszlást követ. Átlagot μ_1, μ_2, szórást σ_1, σ_2, sűrűségfüggvényt $f_1(x)$, $f_2(x)$, eloszlásfüggvényt $F_1(x)$, $F_2(x)$ jelöli. 1-dimenzióban egyetlen egy x^* pont meghatározása a célunk, mely elválasztaja a 2 osztály (C_1, C_2) elemeit, a legkisebb hibát vétve. Ez alapján felírhatjuk a hiba valószínűségét:

$$P(hiba) = P(x > x^*, x \in C_1) + P(x < x^*, x \in C_2) = P(x > x^* | x \in C_1) \cdot P(x \in C_1) +$$

$$+ P(x < x^* | x \in C_2) \cdot P(x \in C_2) = (1 - F_1(x^*)) \cdot \pi_1 + F_2(x^*) \cdot \pi_2$$

A feltételes valószínűség fogalmát és a valószínűség definicióját felhasználva kapjuk a fenti képletet, melynek minimumát szeretnénk meghatározni, ahol π_1 és π_2 annak valószínűsége, hogy egy pont a C_1 vagy a C_2 osztályba esik. Deriváljuk a fenti függvényt, majd egyenlővé tesszük nullával, így az alábbi összefüggést kapjuk:

$$-f_1(x^*) \cdot \pi_1 + f_2(x^*) \cdot \pi_2 = 0.$$

Átrendezve az egyenletet az alábbi egyszerű összefőgést kapjuk:

$$f_1(x^*) \cdot \pi_1 = f_2(x^*) \cdot \pi_2.$$

Ha $\pi_1 = \pi_2 = 0,5$, akkor egyszerűen az elválasztó pontot az adja meg, ahol a két normális eloszlás sűrűségfüggvénye egyenlő.

Lineáris és kvadratikus diszkriminancia analízis

A fenti képletet alkalmazva a d-dimenziós normális eloszlás ($\mathcal{N}(\mu_1, \mathbf{\Sigma}_1)$, $\mathcal{N}(\mu_2, \mathbf{\Sigma}_2)$) esetén az alábbi egyenlőséget kapjuk:

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d|\mathbf{\Sigma}_1|}} e^{-\frac{(\mathbf{x}-\mu_1)^\top \mathbf{\Sigma}_1^{-1}(\mathbf{x}-\mu_1)}{2}} \pi_1 = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d|\mathbf{\Sigma}_2|}} e^{-\frac{(\mathbf{x}-\mu_2)^\top \mathbf{\Sigma}_2^{-1}(\mathbf{x}-\mu_2)}{2}} \pi_2$$

ahol $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$, $\mu \in \mathbb{R}^d$ az átlagvektor, $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{d\times d}$ a kovariancia mátrix.

Ha feltesszük, hogy a két eloszlás kovarianciamátrixa megegyezik ($\mathbf{\Sigma}_1 = \mathbf{\Sigma}_2 = \mathbf{\Sigma}$), akkor egy hosszabb levezetés után a

$$2\left(\mathbf{\Sigma}^{-1}(\mu_2 - \mu_1)\right)^\top \mathbf{x} \quad + (\mu_1 - \mu_2)^\top \mathbf{\Sigma}^{-1}(\mu_1 - \mu_2) + 2\ln\left(\frac{\pi_2}{\pi_1}\right) = 0$$

lineáris elválasztó függvény adódik, mely a d-dimenziós térben egy hipersík. Lineáris diszkriminancia analízisnek(LDA) nevezzük az eljárást, ha az elválasztó függvény lineáris.

Ha a két eloszlás kovarianciamátrixa nem egyezik meg hasonlóan levezethető, hogy az elválasztó-függvény kvadratikus alakot ölt:

$$\mathbf{x}^\top\left(\mathbf{\Sigma}_1^{-1} - \mathbf{\Sigma}_2^{-1}\right)\mathbf{x} + 2\left(\mathbf{\Sigma}_2^{-1}\mu_2 - \mathbf{\Sigma}_1^{-1}\mu_1\right)^\top \mathbf{x}$$
$$+ \left(\mu_1^\top \mathbf{\Sigma}_1^{-1}\mu_1 - \mu_2^\top \mathbf{\Sigma}_2^{-1}\mu_2\right) + \ln\left(\frac{|\mathbf{\Sigma}_1|}{|\mathbf{\Sigma}_2|}\right) + 2\ln\left(\frac{\pi_2}{\pi_1}\right) = 0.$$

Ez esetben kvadratikus diszkriminancia analízisről (QDA) beszélünk.

Metrikus diszkriminancia analízis

Induljunk ki abból az egyszerű feltételezésből, hogy az eloszlásunk nem tudjuk, hogy milyen, feltételezhetően nem normális. De szeretnénk a kovariancia ellipszist általánosan definiálni úgy, hogy normális eloszlás esetén megegyezzen a szokásos kovariancia ellipszissel. A fentieknek megfelelően μ jelöli az átlagvektort, mely az ellipszis középpontját adja és $\mathbf{\Sigma}$ a kovariancia mátrixot. Vezessük be a $\mathbf{\Sigma}$ mátrix inverzének egy kibővítését az alábbiak szerint

$$\mathbf{\Sigma}_b^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma}^{-1} & -\mathbf{\Sigma}^{-1}\cdot\mu \\ -\left(\mathbf{\Sigma}^{-1}\cdot\mu\right)^T & -1 + \mu^T\cdot\mathbf{\Sigma}^{-1}\cdot\mu \end{pmatrix}.$$

Ekkor az alábbi egyenlettel adott másodrendű felület egy ellipszoid egyenlete, mely normális eloszlás esetén a kovariancia ellipszoidot(ellipszist) adja:

$$\mathbf{x}_b^T\mathbf{\Sigma}_b^{-1}\mathbf{x}_b = 0.$$

Ezt nevezzük egy tetszőleges eloszlás kovariancia ellipszoidjának (ellipszisének).

Felhasználjuk az [5]-ben bizonyított tételt, hogy a $\mathbf{x}_b^T\mathbf{Q}\mathbf{x}_b = 0$ és $\mathbf{x}_b^T\mathbf{Q}'\mathbf{x}_b = 0$ egyenletekkel adott ellipszoidok által definiált normára nézve a két középponttól egyenlő távolságra lévő pontok halmaza egy másodrendű felület lesz, melynek egyenlete:

$$\mathbf{x}_b^T\left(\frac{|\mathbf{A}_{n+1,n+1}|}{|\mathbf{Q}|}\cdot\mathbf{Q} - \frac{|\mathbf{A'}_{n+1,n+1}|}{|\mathbf{Q}'|}\cdot\mathbf{Q}'\right)\mathbf{x}_b = 0.$$

Tekintsük a $\mathbf{\Sigma_1}$ és $\mathbf{\Sigma_2}$ kovariancia mátrixokat. Mivel $|\Sigma^{-1}| = -\left|\Sigma_b^{-1}\right|$ Így a $\mathbf{x}_b^T(\mathbf{\Sigma_1})_b^{-1}\mathbf{x}_b = 0$ és $\mathbf{x}_b^T(\mathbf{\Sigma_2})_b^{-1}\mathbf{x}_b = 0$ egyenletekkel adott kovariancia ellipszisek által definiált normára nézve [2,3,4] a két középponttól egyenlő távolságra lévő pontok halmaza egy másodrendű felület(görbe) lesz, melynek egyenlete:

$$\mathbf{x}_b^T\left((\mathbf{\Sigma_2})_b^{-1} - (\mathbf{\Sigma_1})_b^{-1}\right)\mathbf{x}_b = 0.$$

Kifejtve

$$\mathbf{x}^\top\left(\mathbf{\Sigma}_2^{-1} - \mathbf{\Sigma}_1^{-1}\right)\mathbf{x} + 2\left(\mathbf{\Sigma}_2^{-1}\mu_2 - \mathbf{\Sigma}_1^{-1}\mu_1\right)^\top\mathbf{x} + \left(\mu_2^\top\mathbf{\Sigma}_2^{-1}\mu_2 - \mu_1^\top\mathbf{\Sigma}_1^{-1}\mu_1\right) = 0$$

másodrendű felületet kapunk, mely a metrikus diszkriminancia analízis (MDA) elválasztó felülete.

A fenti 3 módszerrel megvizsgáltunk kukorica szilázs és lucerna szenázs mintákat. Az alábbi táblázatban összefoglaltuk, hogy az egyes módszerek hány pontot soroltak rossz osztályba. Az eredmény alapján az látszik, hogy a metrikus diszkriminancia analízis esetén kapott elválasztó függvény jobb, mint a két másik gyakrabban alkalmazott eljárás esetén. Sőt ebből azt a következtetést is levonhatjuk, hogy a mintáink nem normális eloszlásúk, melyet normalitásvizsgálattal is ellenőriztünk.

	LDA	QDA	MDA
C_1	70	79	74
C_2	68	53	40
Szumma	138	132	114

Az eredményekből az látható, hogy nem normális eloszlás esetén a metrikus diszkriminancia analízis jobb eredményt szolgáltat, mint a két ismert eljárás. Ennek általános igazolása további vizsgálatokat igényel.

[1] B. Ghojogh, M. Crowley, Linear and Quadratic Discriminant Analysis: Tutorial, arXiv:1906.02590v1 [stat.ML] 1 Jun 2019

[2] P.M. Gruber, C.G. Lekkerkerker, Geometry of numbers, North-Holland Amsterdam-New York-Oxford-Tokyo, 1987.

[3] Á.G Horváth, On bisectors in Minkowski normed spaces, Acta Math. Hung., Vol.89, No.3, 2000, 233-246.

[4] W. Rudin, Functional analysis, McGraw-Hill Book Company, 1973

[5] A. Végh, On surface of Apollonius, https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-3190997/v1

Résztvevők

Agg Péter	Neumann János Egyetem
Cserkó József	Neumann János Egyetem
Dr. Csizmás Edit	Neumann János Egyetem
Dr. Drenyovszki Rajmund	Neumann János Egyetem
Dr. habil Fülöp Vanda	Szegedi Tudományegyetem
Dr. Görbe Mihály	Neumann János Egyetem
Dr. Győrffy Lajos	Szegedi Tudományegyetem, Neumann János Egyetem
Jusztin Zsuzsanna	Neumann János Egyetem
Kaczur Sándor	it-tanfolyam.hu
Kása Emese	Debreceni Egyetem
Dr. Katona János	Óbudai Egyetem
Dr. Kelecsényi Klára	Neumann János Egyetem
Dr. Körei Attila	Miskolci Egyetem
Körmöczi Koppány	Neumann János Egyetem
Dr. Máder Attila	Szegedi Tudományegyetem, Szegedi Tömörkény István Gimnázium, Művészeti Szakgimnázium és Technikum
Dr. Munkácsy Kati	Magyar Pedagógiai Társaság, ELTE
Dr. Nagy Gábor	Szegedi Tudományegyetem, Neumann János Egyetem
Dr. Nagy Péter	Neumann János Egyetem
Dr. habil Nagy Kem Gyula	Óbudai Egyetem
Nagyné Csóti Beáta	Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Dr. Osztényi József	Neumann János Egyetem
Osztényiné dr. Krauczi Éva	Neumann János Egyetem
Dr. Ovárdics Andrea Irén	Neumann János Egyetem
Palencsár Enikő	Miskolci Egyetem
Dr. Pap-Szigeti Róbert	Neumann János Egyetem
Dr. Pásztor Attila	Neumann János Egyetem
Dr. habil Pusztai Béla Gábor	Szegedi Tudományegyetem, Neumann János Egyetem
Dr. habil Rácz Ervin	Óbudai Egyetem
Sajtiné Kovács Ivetta	KKM Magyar Diplomáciai Akadémia Kft.
Sári Bence	Neumann János Egyetem
Szerémi Éva Krisztina	Neumann János Egyetem
Dr. Szilágyi Szilvia	Miskolci Egyetem
Dr. Takács Anna Mária	Budapesti Gazdasági Egyetem
Dr. Talata István	Budapesti Gazdasági Egyetem
Tekeli Miklós	Szegedi Tudományegyetem
Dr. Tóth Attila	Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra
Dr. Végh Attila	Neumann János Egyetem

Hasznos információk

Konferencia helyszíne

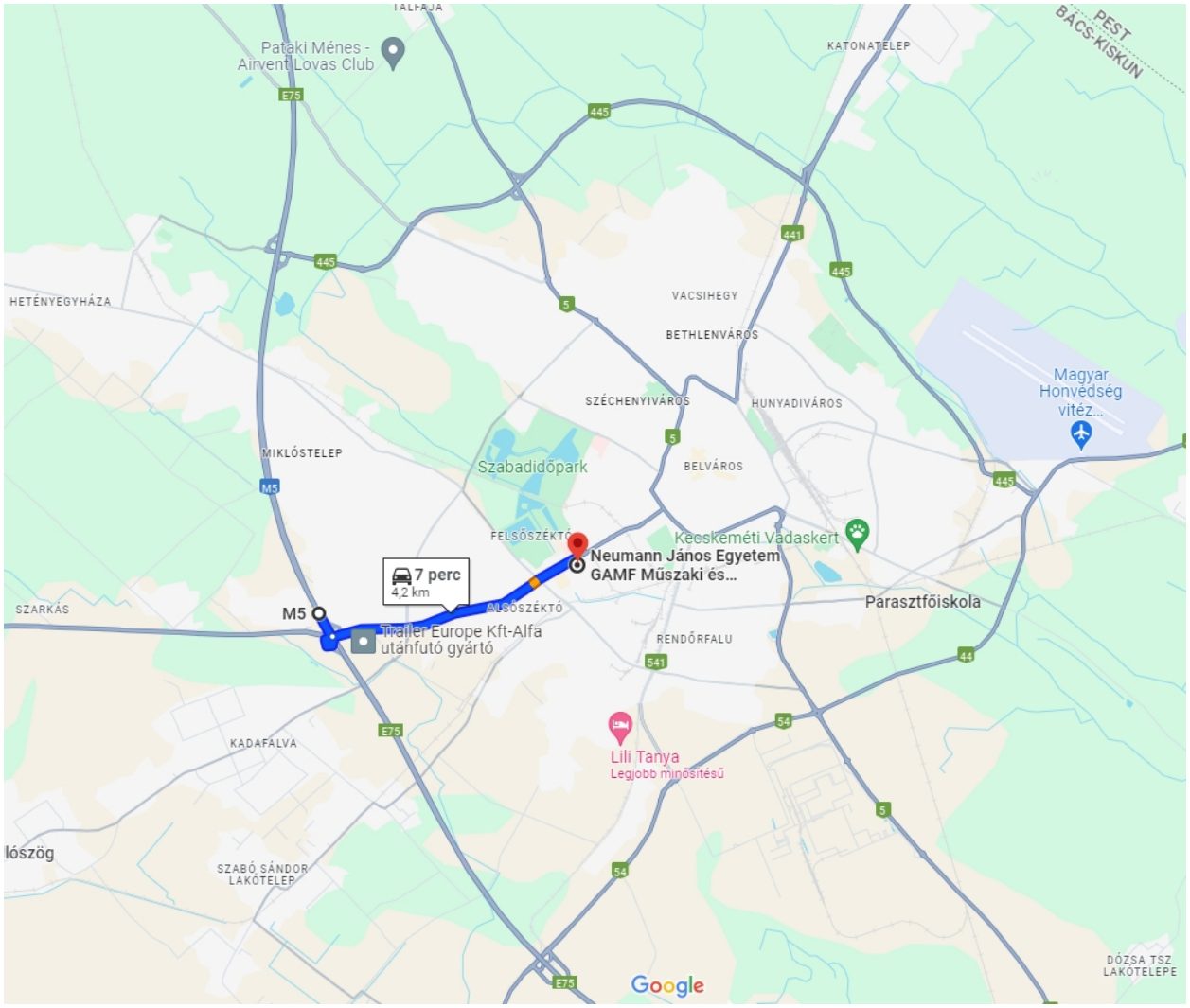
A konferencia helyszíne: Kecskemét, Izsáki út 10. GAMF 4-es épület. Itt lesznek az előadások, büfé.

Hogyan lehet eljutni az egyetemre?

Az Izsáki út felújítása teljesen még nem fejeződött be, de az út az autópálya és a városközpont irányából is jól járható, mind személygépkocsival, mind tömegközlekedéssel.

Személyautóval javasolt útvonal

Az autópályáról a Kecskemét Nyugat lehajtónál a városkozpont irányába egyenesen tartva könnyen elérhető az egyetem. Az alábbi térképen a többi irányból való megközelítés is látható.



Tömegközlekedési javaslatok

Vasútállomás - Városközpont - Egyetem útvonalon az 1-es (15-ös,19-es) buszt érdemes igénybe venni. Központból a 11-es is jó.